OBERLIN COLLEGE LIBRARY
SEP 19 1922
Phys. Lab

Physikalische Zeitschrift

Begründet von **E. Riecke** und **H. Th. Simon**

Herausgeber:
Professor Dr. **M. Born** und
Professor Dr. **P. Debye**

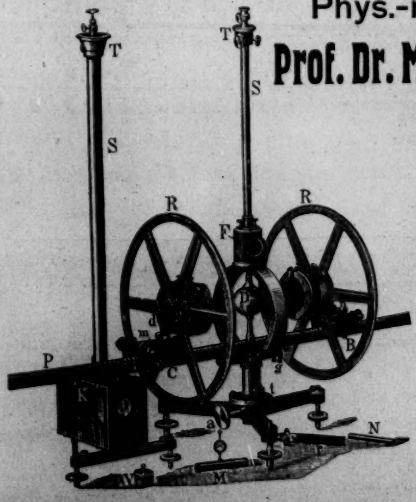
Schriftleiter:
Dr. **Erich Hückel** in Göttingen

Die Physikalische Zeitschrift erscheint monatlich zweimal im Umfange von zwei bis vier Bogen zum Preise von jährlich 300 Mark, bei unmittelbarer Zustellung unter Kreuzband 450 Mark, im Ausland je nach dem Valutastande. Bestellungen nehmen jede Buchhandlung, die Post sowie die Verlagsbuchhandlung entgegen. Anzeigen werden für die einmal gespaltene Petitzeile mit 9.— Mk., Beilagen nach Vereinbarung berechnet; bei Wiederholungen tritt Ermäßigung ein.

Alle Manuskriptsendungen und darauf bezügliche Zuschriften sind zu richten entweder an die Herausgeber: Professor Dr. M. Born, Göttingen, Planckstraße 21, und Professor Dr. P. Debye, Zürich, Physikgebäude, Gloriastr. 35 oder an die Schriftleitung: Dr. Erich Hückel, Göttingen, Bunsenstraße 9, Physikalisches Institut der Universität, alle Büchersendungen und Anzeigenaufträge an den

Verlag von **S. Hirzel** in Leipzig, Königstraße 2.

No. 16. 15. August 1922. No. 620. **23. Jahrgang.**



Phys.-mech. Institut von
Prof. Dr. M. Th. Edelmann & Sohn,
München.

Spiegel-Galvanometer
für
absolute Messungen.

Katalog 30 erschienen und ebenso wie Spezialliste No. 29 über Saitengalvanometer und Registrierapparate, Spezialliste No. 31 über einfache Präzisionsschulapparate gratis und franko.

Inhaltsverzeichnis:

(B. = Besprechungen.)

	Seite
Elektrotechnik, Kurzes Lehrbuch der —, v. A. Thomälen. (B.)	336
Geräusch: Die Begriffe Knall und —, und der Tongehalt der Intervalle, v. A. Stroman	313
Hahnemann, W. u. H. Hecht, Zur Theorie des Telephons	322
Hecht, H. u. W. Hahnemann, Zur Theorie des Telephons	322
Intervalle: Die Begriffe Knall und Geräusch, und der Tongehalt der —, v. A. Stroman	313
Knall: Die Begriffe — und Geräusch, und der Tongehalt der Intervalle, v. A. Stroman	313
Lachs, H. u. M. Wertenstein, Über die Verteilung radioaktiver Körper in Lösungen	318
Lösungen: Über die Verteilung radioaktiver Körper in —, v. H. Lachs u. M. Wertenstein	318
Physik: Einführung in die theoretische —, v. Cl. Schäfer. (B.)	335
Radioaktiver Körper: Über die Verteilung — in Lösungen, v. H. Lachs u. M. Wertenstein	318
Schäfer, Cl., Einführung in die theoretische Physik. (B.)	335
Stromann, A., Die Begriffe Knall und Geräusch und der Tongehalt der Intervalle	313
Telephon: Zur Theorie des —, v. W. Hahnemann u. H. Hecht	322
Thomälen, A., Kurzes Lehrbuch der Elektrotechnik. (B.)	336
Tongehalt: Die Begriffe Knall und Geräusch, und der — der Intervalle, v. A. Stroman	313
Wertenstein, M. u. H. Lachs, Über die Verteilung radioaktiver Körper in Lösungen	318

Verlag von **Carl Fromme G. m. b. H., Leipzig u. Wien.**

Erklärung der Gravitation, der Molekularkräfte, des Lichtes, der magnetischen und elektrischen Erscheinungen auf rein mechanischem atomistischem Wege

von

Prof. Dr. **Johann Sahulka**

Preis M. 40.—.

Zu beziehen durch alle Buchhandlungen.

Neuste Konstruktion!

Kugelepiskop. D.R.P. 250314.

Franz Schmidt & Haensch

Berlin S. 42, Prinzessinnenstraße 16

Werkstätten für Präzisions-Mechanik und Optik.

Neue optische Spezialinstrumente eigener Konstruktion, Polarisations-, Spektral-, Projektionsapparate, Episkope u. a.

Preislisten kostenlos.

Neukonstruktionen

geodätischer und sonstiger wissenschaftlicher Instrumente und Apparate übernimmt unter vollster Wahrung des geistigen Eigentumsrechtes des Auftraggebers die

Konstruktions- und Versuchswerkstättenabteilung der INDUSTRIE-NEULAND Aktiengesellschaft

Dachauerstr. 13 MÜNCHEN Tel. 50784

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 16. 15. August 1922. 23. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 18 am 10. August 1922.

INHALT:

Originalmitteilungen:

A. Stroman, Die Begriffe Knall und Geräusch, und der Tongehalt der Intervalle. S. 313.

H. Lachs u. M. Wertenstein, Über die Verteilung radioaktiver Körper in Lösungen. S. 318.

W. Hahnemann u. H. Hecht, Zur Theorie des Telephons. S. 322.

Besprechungen:

Cl. Schaefer, Einführung in die theoretische Physik. II. 1. S. 335.

A. Thomälen, Kurzes Lehrbuch der Elektrotechnik. S. 336.

Personalien. S. 336.

Angebote. S. 336.

Gesuche. S. 336.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Die Begriffe Knall und Geräusch, und der Tongehalt der Intervalle.

Von A. Stroman.

Die Lehrbücher enthalten ziemlich übereinstimmend die Angaben: Ein einmaliger Anstoß erzeugt einen Knall, unregelmäßige Anstöße ein Geräusch. Diese Begriffsbestimmungen befriedigten mich nicht. Wenn eine Sirene sich zu drehen beginnt, so können die Löcher noch so heftig angeblasen werden, man hat von den einzelnen Anstößen keine Schallempfindung. Mir scheint auch das Ohr nur für Schwingungen und nicht für einzelne Anstöße gebaut zu sein. Zwar rechnen wir gemeinhin bei einer Sirene mit 48 Löchern 48 Anstöße und 48 Schwingungen. Doch darf nicht Anstoß mit Schwingung gleich gesetzt werden. Denn, wie später nachgewiesen werden wird (Fig. 3), erzeugt der erste Anstoß mit dem zweiten, der zweite mit dem dritten usf. je eine Schwingung. Die 48 Schwingungen werden durch 96 Anstöße erzeugt.

Der Knall. Als Knall möchte ich nur gelten lassen, was so oder so auf Explosion oder Implosion hinauskommt. Wenn man Versuche mit Knallgas macht, erhält man je nach dem Mischungsverhältnisse nicht nur Knalle von verschiedener Stärke, sondern auch von verschiedener Höhe. Der Ton wird umso höher, je mehr man sich dem Verhältnisse 2 Raumteile Wasserstoff und 1 Raumteil Sauerstoff nähert. Die Länge des Glaszylinders spielt dabei keine Rolle. Wird das Gemisch angezündet, so wird der Gasinhalt aus dem Zylinder herausgeschleudert, und im nächsten Augenblicke stürzt die Außenluft wieder in den Raum hinein. Damit ist eine Schwingung beendet, die unbedingt vorhanden sein muß, aber auch genügt, um den Ton ins Bewußtsein zu bringen. Die wenigen folgenden von wachsender Schwingungsdauer sollen hier nicht in Betracht gezogen werden. Wenn eine frei im Raume schwebende Seifenblase mit Knallgas explodierte, hätten wir das beste Bild einer kugelig sich ausbreitenden Welle. Die Schallempfindung, die wir haben, wenn einmal mit dem Hammer auf den Amboß geschlagen wird, ist ihrer Entstehung nach unter die Geräusche zu rechnen und hat mit dem Knalle nur die kurze Dauer gemein.

Das Geräusch. Bei den Geräuschen sind nach ihrer Entstehung grundsätzlich 2 Gruppen zu unterscheiden. Die erste Art der Geräusche, von der zunächst die Rede sein soll, entsteht durch Eigenschwingungen eines oder mehrerer Körper. Mit ihrer Besprechung könnte man viele Seiten füllen. Beschränken wir uns auf zwei Beispiele: Wenn eine Tür zugeschlagen wird, kennzeichnet man gewöhnlich die Gehörempfindung nach ihrer kurzen Dauer auch als Knall. Was aber schwingt alles in kürzester Zeit? Die einzelnen Teile der Tür, des Schlosses, der Rahmen, die Schwelle und alles andere, was im Bereiche der Erschütterung liegt. Es entsteht eine Mischung von Klängen, deren tonhafter Inhalt nicht empfunden wird. Und doch, wie scharf gekennzeichnet sind die einzelnen Geräusche! Man möchte sagen: Nicht zwei sind gleich. Verschiedene Wagen rasseln verschieden. Z. B. wird man auf dem Dorfe sagen: „Der Arzt, der Tierarzt, die Gutsherrschaft fährt vorbei". Jeder einzelne Wagen gibt infolge seiner besonderen Zusammensetzung sein charakteristisches Gemisch vielfach unharmonischer Klänge. Wenn die hier vertretene Auffassung richtig ist und man etwa beim Sondhaußschen Brechungsversuche vor der Schallinse einen Teil der im Uhrticken offenbar enthaltenen Töne wegnehmen könnte, so müßte man im Sammelpunkte der Schallstrahlen ein andersartiges Geräusch hören. In der Tat hört jemand, dessen eines Ohr krank und für eine Reihe von Tönen nicht mehr empfänglich ist, manche Geräusche in beiden Ohren verschieden. Man sollte Geräusche in geeigneten Fällen, wo das Rüstzeug vorhanden ist, mit Resonatoren untersuchen. Wenn der Phonograph Geräusche aufnimmt und

wiedergibt, so schreibt er doch wohl eine Kurve auf, die das Ohr wieder auflöst — zu einem Geräusch!

Nun zur zweiten Art der Geräusche! Ein einziges Beispiel für die ganze zweite Gruppe: Streicht jemand mit der flachen Hand über eine rauhe Tapete, so hören wir ein Rauschen. Solche Geräusche können, so gut wie etwa das Ticken einer Uhr, einen erkennbaren Toninhalt haben. Denn wenn man den Versuch an der Tapete erst langsam dann rasch ausführt, erkennt man im zweiten Falle größere Tonhöhe. Woher der Ton? Ich nahm an, daß die zahlreichen Unebenheiten der Tapete, mit denen der Hand zusammenwirkend, der Luft eine große Anzahl von Anstößen geben, daß ferner derselbe Anstoß bei verschiedenen Schwingungen mitwirkt, und daß, wie bei der „Geräuschsirene" besprochen werden wird, jeder Anstoß mit jedem anderen zusammen Schwingungen erzeugen kann.

Um der Frage experimentell näher zu kommen, knüpfte ich an eine Sirene an, die ich in der Zeitschr. f. d. phys. u. chem. Unterr. **25**, 216 veröffentlicht hatte zum Beweise, daß ein Ton, der objektiv schon nicht mehr klingt, mit einem derzeit klingenden zusammen als Zweiklang empfunden werden kann.

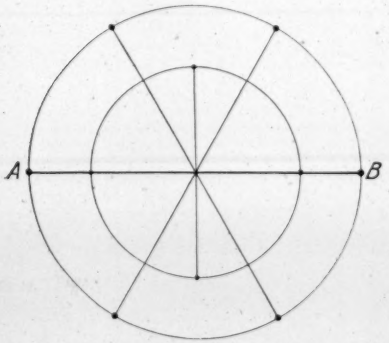


Fig. 1 (4 : 6).

In Fig. 1, die in das Modell der neuen Sirene nicht mit aufgenommen war, trägt der äußere Kreis 6, der innere 4 Löcher. Wenn beide Reihen zugleich angeblasen würden, müßte eine Quinte (2 : 3) ertönen. An zwei Stellen (*A* und *B*) fällt das Anblasen zusammen! In Fig. 2 sind die 4 Löcher des inneren Kreises von Fig. 1 in den äußeren hinausgelegt. Die Löcher bei *A* und *B* dienen jetzt dem Grundtone und der Quinte gleichzeitig. Somit liegt

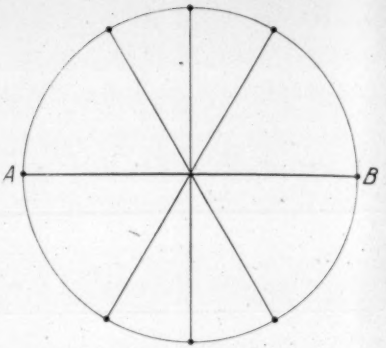


Fig. 2 (4 : 6).

der Zweiklang in einer Peripherie. Der Versuch ergab einwandfrei die Quinte, so daß erwiesen ist, daß die Anstöße bei *A* und *B* zwei Tönen dienen und im übrigen die Anstöße sich rhythmisch zusammenfinden. Entscheidend ist eine weitere Konstruktion für das Quintenintervall (Fig. 3). Es sind hier alle störenden Löcher

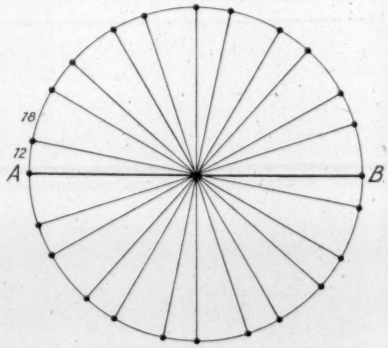


Fig. 3 (2 : 3).

vermieden, und es war mit folgendem gerechnet: Derselbe Anstoß wirkt jedesmal bei beiden Tönen mit, eine Schwingung genügt zur Tonbildung, und subjektiv und objektiv klingender Ton bringen den Zweiklang zu Gehör. Von *A* beginnend, sind wechselnd im Abstande von 12^0 und 18^0 Löcher gebohrt. Wäre der Abstand von 18^0 rundum durchgeführt, so bedeutete das 20 Löcher und Schwingungen, bei 12^0 wären es 30 bei jeder Umdrehung. Beim Anblasen ertönte, wie gewollt, eine Quinte,

und zwar ein Klang von solcher Schönheit, wie er bei einer Sirene wohl nie gehört worden ist. Wenn außerdem Löcher paarweise Schwingungen erzeugen, entstehen nur noch tiefere Töne, die im Klange zurücktreten. In einem letzten Kreise des Modells waren Löcher, sozusagen konstruiert — unregelmäßig gebohrt. Es war wenigstens vermieden, daß zwei benachbarte Löcher gleiche Abstände hatten und irgendwo 2 Löcher diametral gegenüber lagen. Jedes Loch konnte jetzt mit jedem anderen beim Anblasen eine Schwingung erzeugen, objektiv und subjektiv klingende Töne konnten im Bewußtsein zusammen treten, und gerade aus dem letzten Grunde konnte mit wachsender Umdrehungsgeschwindigkeit das Tongewirr noch größer werden. Beim ersten Versuche entstand zwar ein Geräusch, aber, wie ein Freund meinte, der mir musikalisch nicht Gebildetem stets zur Seite stand: Es war noch „zuviel Ton" darin. Durch Verkleben von zwei Löchern traf es sich so, daß das Urteil nunmehr lautete: „Keine Spur von Ton!" Der tüchtige Feinmechaniker, der uns bei den Versuchen in der Werkstatt zur Hand ging, meinte: „Kreissäge!" Ein ungemein glücklicher Vergleich! Übrigens gibt jede Sirene mit regelmäßigen Löchern ein Geräusch, in dem sich lediglich der Ton behauptet, der der Löcherzahl entspricht.

Ich möchte zum Geräusche noch folgenden Vergleich machen: Körperfarben sind Mischungen der Spektralfarben. Sie können wohltuend, aber auch „mißfarbig" sein. Ähnlich sind musikalische Klänge wohltuend, Geräusche aber, dem „mißfarbig" entsprechend, unter Umständen schmerzhaft „mißtönig".

Fassen wir noch einmal zusammen:

1. Der Explosionsknall entsteht durch wenige Schwingungen der Luft, von denen die erste entscheidend ist. Andere Knalle entstehen durch Eigenschwingungen von Körpern, haben mit dem „echten" Knalle nur die kurze Dauer gemein und sind unter die Geräusche zu rechnen.

2. Bei den Geräuschen sind zwei Arten zu unterscheiden. Die einen entstehen durch Eigenschwingungen von Körpern, die andern durch zahlreiche Anstöße der Luft, wobei Schwingungen der allerverschiedensten Schwingungsdauer erzeugt werden, die sich zu einem Tongewirr mischen. Den Nachweis hierfür hat, wie erwartet, die „Geräuschsirene" geliefert zusammen mit den anderen Versuchen. In beiden Fällen wird der Toncharakter nur selten erkannt. Beide Ursachen können auch zugleich wirksam sein, z. B. wenn man mit einem Papierbausche über eine rauhe Wand fährt.

Versuche, die nicht abgeschlossen sind, werden übrigens zeigen, daß die rauschende Flamme, das rieselnde Wasser einen reichen Tongehalt haben und daß die singende Flamme am einfachsten als eine Resonanzerscheinung gefaßt werden kann.

Der Tongehalt der Intervalle. Nachdem die Quinte Fig. 2 zusammen mit Fig. 3 und, daran anschließend, die „Geräuschsirene" erwiesen hatten, daß jeder Anstoß mit jedem andern Anstoße Schwingungen erzeugen kann, lag es nahe, alle Intervalle nach dieser Richtung zu untersuchen.

Entsprechend Sirenenbildern, aber zunächst als geometrische Figuren, wurden die Intervalle dargestellt, und zwar nach ihrem einfachsten Schwingungsverhältnisse. Dadurch wurden übersichtliche Bilder gewonnen und ein Vergleich der Bilder ermöglicht. An Hand dieser Bilder können die weiteren Darlegungen knapp gefaßt werden. Sie beziehen sich zunächst nur auf Sirenen, bei denen Verdichtungen, die dem einen Intervalltone angehören, mit denen des andern neue Schwingungen bilden.

Was die scheinbar einfachen Intervalle beeinflußt, ist eben die Tatsache, daß höhere Töne bei jedem Intervalle (außer bei der Oktave) sich ohne weiteres einstellen. Dabei ist zu beachten, daß es sich bei der Tonerzeugung durch Sirenen, die rein maschinenmäßig erfolgt, nur um Töne handeln kann, die durch das Zusammenwirken der beiden durchaus einfachen Intervalltöne entstehen, wobei nicht gedacht werden darf an Töne, die sich durch Unterteilung von schwingenden Saiten oder Luftsäulen bilden.

Zu den Bildern sei bemerkt: Auf einem innersten Kreise sind gleichsam die Löcher des tieferen Intervalltones aufgetragen, auf dem folgenden die des höheren, und auf den äußeren sind alle, ähnlich wie in Fig. 2, projiziert. Ein Blick auf die Intervallbilder, die nach ihrem

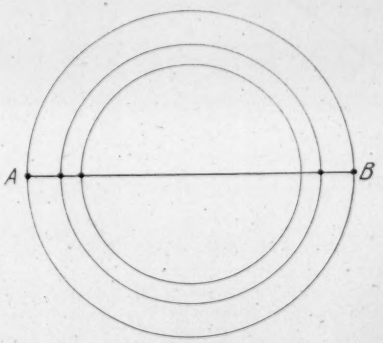


Fig. 4 (1 : 2).

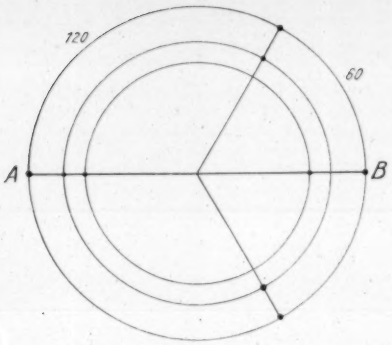


Fig. 5 (2 : 3).

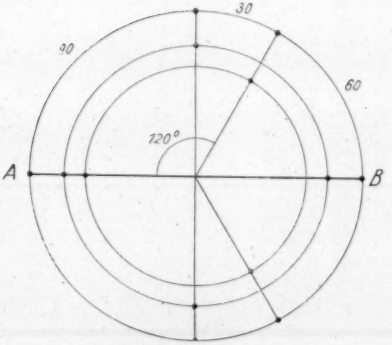


Fig. 6 (3 : 4).

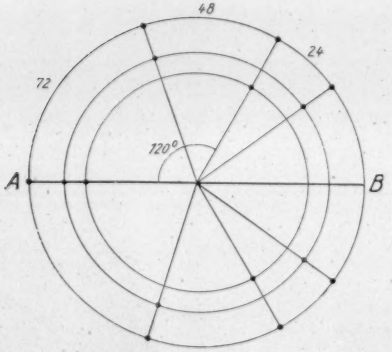


Fig. 7 (3 : 5).

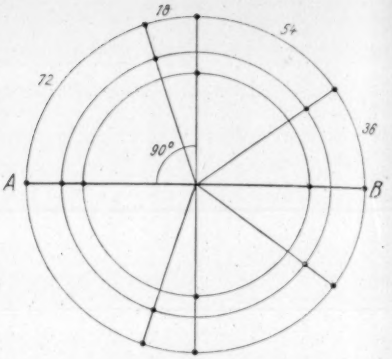
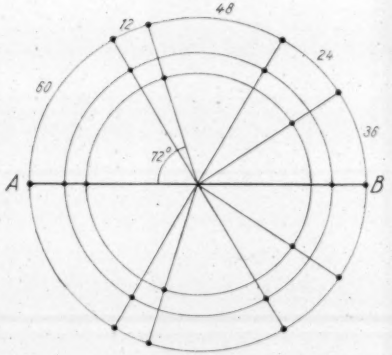


Fig. 8 (4 : 5).



Ftg. 9 (5 : 6).

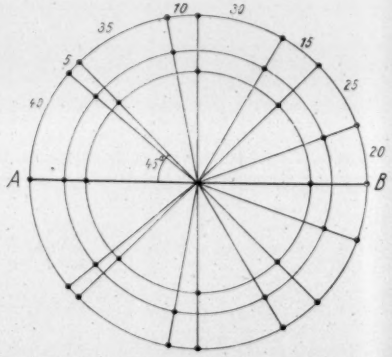


Fig. 10 (8 : 9).

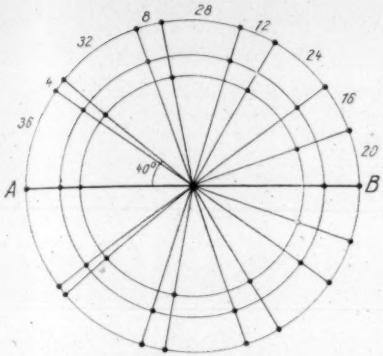


Fig. 11 (9 : 10).

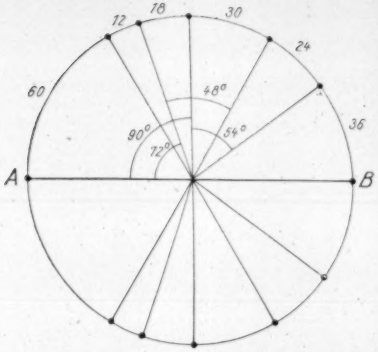


Fig. 12 (4 : 5 : 6).

musikalischen Werte aneinandergereiht sind, zeigt abnehmende Einfachheit. Doch ist die größere oder geringere Kompliziertheit nicht allein entscheidend. Mitentscheidend sind die neuauftretenden Winkelabstände. Wie bei Fig. 3 konnte aus den Winkeln die Zahl der Schwingungen errechnet werden, die sich für den ganzen Kreis ergeben müßten. Es ist natürlich zu beachten, daß diese Töne sich dem andauernd klingenden Grundintervalle nur beimischen. AB ist stets Symmetrielinie, so daß bei der Rechnung nur ein Halbkreis zu berücksichtigen war. Es sind, Fig. 12 ausgenommen, nur die neu auftretenden Abstände je zweier benachbarten Löcher als wesentlich in Betracht gezogen worden, da sie die wichtigen höheren Töne ergeben. Aus Fig. 4 ergibt sich, daß bei dem Intervall der Oktave kein neuer Ton entstehen kann. Bei der Quinte, Fig. 5, folgen bereits drei Löcher aufeinander im halben Abstande der Quintenlöcher, so daß hier schon die höhere Oktave des Quinttones aufblitzen muß. Wählt man übrigens als Grundverhältnis 8 : 12, so tritt diese Oktave bereits an vier symmetrisch liegenden Stellen auf, was für die Gleichmäßigkeit der dem Grundintervalle beigemischten Töne zu beachten ist. Für alles Weitere diene die folgende Zusammenstellung der Intervalle und der bei ihnen neu auftretenden Winkel und Schwingungsverhältnisse.

Übersicht.

Oktave (1 : 2). — 360^0, 180^0
(Fig. 4). 1 : 2
Quinte (2 : 3). — 180^0, 120^0 (60^0)
(Fig. 5). 2 : 3 (: 6)
Quarte (3 : 4). — 120^0, 90^0 (60^0, 30^0)
(Fig. 6). 3 : 4 (: 6 : 12).
Sexte (3 : 5). — 120^0, 72^0 (48^0, 24^0)
(Fig. 7). 6 : 10 (: 15 : 30)
Gr. Terz (4 : 5). — 90^0, 72^0 (54^0, 36^0, 18^0)
(Fig. 8). 12 : 15 (: 20 : 30 : 60)
Kl. Terz (5 : 6). — 72^0, 60^0 (48^0, 36^0, 24^0, 12^0)
(Fig. 9). 10 : 12 (: 15 : 20 : 30 : 60)
Gr. Ganzton (8 : 9). — 45^0, 40^0 (35^0, 30^0, 25^0, 20^0, 15^0, 10^0, 5^0)
(Fig. 10). 280 : 315 (: 360 : 420 : 504 : 630 : 840 : 1260 : 2520)
Kl. Ganzton (9 : 10). — 40^0, 36^0 (32^0, 28^0, 24^0, 20^0, 16^0, 12^0, 8^0, 4^0)
(Fig. 11). 252 : 280 (: 315 : 360 : 420 : 504 : 630 : 840 : 1260 : 2520)

Besonders interessant ist ein Vergleich der großen und kleinen Terz und des großen und kleinen Ganztones.

Die Figuren für die Intervalle 15 : 16 und 8 : 15 sind für verkleinerte Wiedergabe zu kompliziert. Denn bei dem Intervalle 15 : 16 bilden sämtliche Winkel eine arithmetische Reihe von $3^0/2$ bis 24^0 mit der Differenz $3^0/2$, und bei

dem Intervalle 8:15 entsprechend 3° bis 24° mit der Differenz 3°, wozu noch der Winkel von 45° tritt. Der Durdreiklang (4:5:6) (Fig. 12) war im Sirenenmodell vorgesehen und wurde beim Anblasen als sehr gut empfunden. Für ihn mögen die Zahlen noch hier stehen. Es sind sogar überspringende Löcher berücksichtigt, soweit sie höhere Töne ergeben als die des Durdreiklangs.

Durdreiklang (4:5:6). — 90°, 72°, 60° (54°, 48°, 36°, 30°, 24°, 18°, 12°)
(Fig. 12). 24:30:36 (:40:45:60:72:90:120:180)

Da ich weder musikalisch noch mathematisch gebildet bin, schließe ich hiermit ab. Mögen Berufenere die Frage nach dem Tongehalte der Intervalle prüfen und weiter verfolgen. Denn es scheint mir noch manches am Wege zu liegen. So ist z. B. aus den Intervallzeichnungen bei *A* zu ersehen, daß an derselben Stelle doppelt angeblasen wird, wenn man nicht die äußerste Peripherie benützt, sondern die beiden inneren, also beide Töne gleichsam wieder selbständig macht. Das entspräche dem Differenztone, nur dürfte man dann bei Sexte und Septime nicht von einem Differenztone sprechen. Man könnte auch Intervalle 6:7 oder 7:8 hiernach verfolgen usw.

Der Firma Fuendeling-Rüster in Friedberg, die die Herstellung des Sirenenmodells auf ihre Kosten übernommen hatte, danke ich für ihr Entgegenkommen. Sie wird, wenn dringende Arbeiten erledigt sind, eine nach diesem Aufsatze methodisch zusammengestellte Sirene in den Handel bringen.

(Eingegangen 24. Juni 1922.)

Über die Verteilung radioaktiver Körper in Lösungen [1].

Von Hilary Lachs und Mathilde Wertenstein.

1. Wir beabsichtigen hier einige von uns beobachtete Tatsachen zu beschreiben, die, wie wir hoffen, etwas Licht auf die seit dem Jahre 1912 diskutierte Frage des Zustandes der radioaktiven Körper in Lösungen werfen. Wir haben festgestellt, daß Lösungen von *Po*, *RaE*, *RaD* und *Ra* unter gewissen Bedingungen nicht einheitlich sind, in dem Sinne, daß die Verteilung der Radioaktivität in verschiedenen Schichten verschieden ist: sie wächst mit der Tiefe der beobachteten Schicht.

1) Vorgelegt der Warschauer Gesellschaft der Wissenschaften am 22. Juni 1922.

2. Im Begriff eine Arbeit über Polonium zu unternehmen, bemerkten wir in Vorversuchen, daß Proben des gegebenen neutralen Poloniums, auf Uhrgläsern abgedampft und in einem α-Kondensator mittels Piezoquarzes gemessen, sehr verschiedenartige Radioaktivität zeigten. Anfangs schrieben wir diese Erscheinung dem Absetzen des Poloniums auf dem Glase zu, binnen kurzem aber bemerkten wir, daß eine gut vermischte Lösung untereinander übereinstimmend Proben gab, wurde sie dagegen längere Zeit in Ruhe gelassen, so erhielten wir Unterschiede bei den Aktivitätsbestimmungen, wobei immer Proben aus den höheren Schichten der Lösung eine geringere Aktivität aufwiesen, als die, welche aus den unteren Schichten entnommen waren.

Wir beschlossen daher, diese Erscheinung näher zu studieren und begannen unsere Untersuchung mit der Vorbereitung größerer Quantitäten einer neutralen Poloniumlösung. Das uns zur Verfügung stehende Polonium wurde auf folgende Weise gewonnen:

Ein Teil der zum Sammeln von Emanation über Radiumlösungen dienenden Glasapparatur wurde abgeschnitten und dreimal mit konzentrierter Salpetersäure gewaschen, die neben Polonium, *RaD* und *RaE* auch etwas von dem sich notwendigerweise in der Apparatur befindlichen Quecksilber auflöste. Jede der erhaltenen 3 Fraktionen wurde in einem Quarztiegel bis zur Trockne abgedampft, darauf in verdünnter HNO_3 aufgelöst und der Elektrolyse, bei Benutzung von Goldelektroden unterworfen, und zwar bei einem Potential von 0,3 Volt, das ein Maximum von Polonium auf Goldelektroden gibt. Die Elektroden wurden mit destilliertem Wasser gewaschen, mit Löschpapier getrocknet und auf β-Strahlung kontrolliert; unter solchen Umständen war keine β-Strahlung nachweisbar. Nachher kochte man die Elektroden in konzentrierter Salpetersäure, die fast das ganze Polonium von ihnen abwusch. Nun dampfte man das HNO_3 in einem Quarztiegel bis zur Trockne ab und wusch das Polonium mit heißem Wasser aus dem Tiegel aus, indem man wiederholt in demselben kleine Quantitäten Wasser kochte.

Die Radioaktivitätsmessungen erfolgten mit Hilfe eines Ionisationsstromes, in einem α-Kondensator mittels piezoelektrischen Quarzes und wurden ausgedrückt in gram/sec-Einheiten. Diese Methode gibt bekanntlich einen hohen Genauigkeitsgrad.

In unserer ersten Versuchsreihe ließen wir eine neutrale Poloniumlösung in einer Bürette

Tabelle I.

Po.

Nr.	V	VII	VIII	X	XI	IX
Reaktion	Neutrale Lösungen			$^1/_{10}$ n. NH_4OH		$^1/_{25}$ n. HNO_3
Obere Schicht	0,65	0,595	0,787	1,72	0,183	3.57
Untere Schicht	1,76	2,670	0,712	12,34	6,030	3,68
Versuchsdauer	48 Std.	20 Std.	1 Min.	24 Std.	48 Std.	24 Std.
Bemerkungen	—	—	—	—	Mehrmals filtriert	Anfängliche Aktivität 3.57

Tabelle II.

Po.

Nr.	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
A	6,287	3,379		0,465	0,670	—	1,060	0,586
B	7,850	3.452	0,210	0,850	0,870	0,623	1,270	0,554
C	—	3,468	0,584	0,855	0,880	1,800	1,200	1,132
D	11,575	3.149	1,086	1,804	1,210	1,467	1,320	1,170
E	11,880	7.597	1,770	6,603	1,805	2,494	2,513	1,911
Versuchsdauer	22 Std.	$^1/_2$ Std.	40 Std.	20 Std.	2 Std.	18 Std.	24 Std.	30 Std.
Anfängliche Aktivität	9,500	3,88	0.852	1,480	1,450	1,106	1,623	—
Bemerkungen	—	—	—	—	—	—	*Po*-haltige Golddelektrode in r. H_2O ausgekocht	*RaD*, *RaE* und *Po*

von 58 cm Höhe und 1 cm Durchschnitt mehrere Stunden stehen, nach deren Ablauf wir je eine Probe von 0,5 cm³-Lösung aus dem unteren Teil der Bürette durch den Hahn und aus dem oberen mittels einer Pipette entnahmen und die Radioaktivität derselben nach ihrem Abdampfen auf Uhrgläsern maßen.

In Tabelle I sind die Ergebnisse dieser Versuchsreihe zusammengestellt.

Wir sehen daraus, daß in allen Versuchen mit neutralen oder alkalischen Lösungen nach Ablauf mehrerer Stunden die untere Schicht aktiver als die obere ist. Der kurzdauernde Versuch VIII zeigt, daß das Gleichgewicht, wie zu erwarten war, nicht sogleich eintritt. Zum Vergleich führen wir nur einen Versuch IX mit einer sauren Poloniumlösung ($^1/_{25}$ n. HNO_3) an, bei welchem eine fast vollständige Homogenität der Lösung festgestellt wurde. Wir haben diese Versuche nicht wiederholt, da verschiedene Schichten der sauren Lösungen schon bei den Vorversuchen vollkommen übereinstimmende Proben gaben, z. B. 6,03, 5,89, 5,88 in einem oder 2,84 und 2,77 g/sec in einem anderen Falle.

Um genauer die Verteilung der Radioaktivität des Poloniums in neutralen Lösungen zu untersuchen, benutzten wir in unserer zweiten Versuchsreihe ein Glasrohr von 54 cm Länge und 76 cm³ Inhalt, versehen mit einem unteren und 4 an der Seite angebrachten Kapillarröhrchen, die alle mit Kautschuckröhrchen und Klemmen verschlossen waren. Diese Seitenröhrchen, in den folgenden Tabellen mit den Buchstaben *A*, *B*, *C*, *D* bezeichnet, sowie das untere Röhrchen *E* befanden sich in einer Entfernung von 2,5; 18,5; 34; 50 und 54 cm unterhalb des Niveaus der Flüssigkeit im Rohre. Aus allen diesen Ausflußröhrchen gossen wir Lösungsproben in kleine Gläschen, aus denen wir mit einer Pipette je 0,5 cm³ entnahmen, auf ein Uhrglas brachten und sorgfältig abdampften. Dann wurde die Radioaktivität der Probe in einem α-Kondensator wie oben beschrieben gemessen.

In Tabelle II sind die Ergebnisse dieser Versuchsreihe zusammengestellt.

Alle diese Versuche zeigen eine Zunahme der Radioaktivität in den unteren Schichten, und das schon nach kurzer Versuchsdauer (Versuch II nach $^1/_2$ Stunde). Diese Zunahme ist nicht regelmäßig: wir finden überwiegend einen enormen Zuwachs der Radioaktivität in den Proben, die vom Boden des Gefäßes genommen waren. Wir möchten auf die große Radioaktivitätszunahme der Bodenschicht im Versuch IV hinweisen, bei welchem die Lösung ursprünglich schwach sauer vorbereitet war ($^1/_{300}$ n. HNO_3), dann mit Ammoniak neutralisiert wurde und daher viel Salz enthielt.

Spezielle Aufmerksamkeit verdient aber der Versuch VII, als der von allen am genauesten ausgeführte, da die dazu verwendete Lösung, durch direktes Abwaschen des Poloniums mit reinem siedenden Wasser von Goldelektroden erhalten war.

In dieser Reihe haben wir keine Versuche mit sauren und alkalischen Lösungen ausgeführt.

Um die vorhergehenden Versuche zu vervollständigen, beschäftigten wir uns mit einer Mischung von *RaD*, *RaE* und *Po*, welche nach Auselektrolysieren einer größeren Menge Polonium, die in den vorhergehenden Versuchen verwendet worden war, übrig blieb. Leider war die β-Strahlung dieser Mischung, die wir in einem β-Kondensator mit piezoelektrischem Quarz maßen, gering und erlaubte uns nicht eine größere Anzahl Versuche auszuführen.

Die zwei nach der Elektrolyse des Poloniums übriggebliebenen sauren Lösungen neutralisierten wir mit Ammoniak und verwendeten sie zu zwei Versuchen.

Tabelle III enthält die Resultate dieser Versuche; wir sehen daraus, daß wir bei Lösungen von *RaD* und *RaE* dieselbe Erscheinung beobachten können, wie bei *Po*, vielleicht sogar in einem höheren Grade.

Tabelle III.

RaD + *RaE*.

Nr.	I	II
A	0,021	0,200
B	0,012 (?)	0,178
C	0,046	0 323
D	0,033	0,482
E	0,292	2,964
Versuchsdauer	48 Std.	30 Std.

Im weiteren Verlauf unserer Arbeit führten wir eine Reihe Versuche mit einer neutralen Radiumlösung aus, die wir vorbereiteten, indem wir einen Tropfen Radiumchloridlösung in destilliertes Wasser brachten. Diese Lösung ließen wir in unserer Röhre mehrere Stunden stehen, nach deren Ablauf wir Proben aus verschiedenen Schichten entnahmen und dieselben in Kupferschalen abdampften. Diese Schalen wurden dann über einem Gasbrenner erwärmt, um die in den Proben befindliche Emanation zu entfernen. Die Messungen wurden nach einigen Stunden, die zum Verschwinden des radioaktiven Niederschlages nötig waren, in einem α-Kondensator mit Hilfe von piezoelektrischem Quarz ausgeführt.

Tabelle IV enthält die Ergebnisse dieser Versuche.

In der Mehrzahl der Versuche hatten wir eine Flüssigkeitssäule, welche die Höhe der obersten Ausflußöffnung nicht erreichte; alle Versuche zeigten dieselbe Erscheinung der Zunahme der Aktivität mit der Tiefe in der Lösung, und das sogar bereits erheblich nach einer Versuchsdauer von einer Stunde (Vers. X u. XI).

Außer den angegebenen Versuchen führten wir noch einige andere aus, um die Geschwindigkeit des Eintretens des Gleichgewichts in Radiumlösungen festzustellen. Die Resultate dieser Versuche stimmen nicht deutlich überein und erlauben nur allgemein zu konstatieren, daß die Dauer des Einstellens des Gleichgewichtes für Radiumlösungen nicht länger als für Poloniumlösungen ist.

Wir untersuchten auch durch einige Versuche den Einfluß der Azidität und Alkalität der Lösung und überzeugten uns, daß er für Radium im ersten Falle weniger deutlich, im zweiten aber in demselben Sinne wie bei Polonium zutage tritt, wie aus Tabelle V erhellt.

Tabelle V.

Ra.

Nr.	VII	IX	XXI
Reaktion	$^n/_{40}$ n. HNO_3		$^1/_2$ n. NH_4OH
A	—	—	—
B	16,75	13,266	10 2
C	15,43	12,768	11,16
D	16,65	13,177	11,14
E	17,87	13,552	12,42
Versuchsdauer	24 Std.	20 Std.	5 Std.

Wir haben auch einige Versuche mit *RaA*, *RaB* und *RaC* Lösungen ausgeführt. Der Verlauf war, wie folgt: ein Platinblech wurde 5 Stunden lang in einem Radiumemanation enthaltenden Gefäß aktiviert, dann über einem Brenner zum Vertreiben der Emanation erwärmt und schließlich in filtriertem destilliertem Wasser

Tabelle IV.

Ra.

Nr.	III	V	VI	X	XI	XV	XVI	XVII	XVIII
A	6,547	6,867	—	—	—	—	—	—	—
B	7,456	8,183	6,105	9,943	8,092	9,38	7,91	5,566	10,346
C	7,535	9,367	6,508	10,155	9,708	—	9,20	6,516	12,512
D	7,864	9,760	6,735	10,888	10,408	11,28	9,26	6,490	14,418
E	10,445	10,166	7,154	11,379	10,418	12,31	9,70	7,230	14,320
Versuchsdauer	21 Std.	24 Std.	24 Std.	1 Std.	1 Std.	19 Std.	20 Std.	20 Std.	9 Std.
Bemerkungen	—	—	Filtrierte Lösung	—	—	Aus einem vorigen Versuche geblieben	Filtrierte Lösung	Mehrmals filtriert	Mehrmals filtriert

gekocht, um den radioaktiven Niederschlag zu lösen. Die so erhaltene Lösung ließen wir 2 Stunden lang in unserer Röhre stehen, worauf wir aus allen ihren Ausflußöffnungen Proben entnahmen, diese in Kupferschalen abdampften und der Reihe nach ihre Radioaktivität während einer halben Stunde im α-Kondensator maßen. Trotz wiederholten sorgfältigen Versuchen erhielten wir keine deutlichen Angaben über die Verteilung der Radioaktivität in dieser Lösung. Wir haben die Absicht, diese Versuche später noch einmal aufzunehmen; besonders aber in dieser Hinsicht Lösungen von ThB zu untersuchen.

3. Die Frage der wäßrigen Lösungen der radioaktiven Körper war von Godlewski[1]), Paneth[2]) und Hevesy[3]) untersucht. Die von uns beobachtete Erscheinung steht vor allem mit den von Paneth erhaltenen Ergebnissen im Zusammenhang. Dieser Forscher stellte fest, daß in sauren Lösungen alle durch ihn untersuchte radioaktive Körper mit normaler Geschwindigkeit dialisieren. Dasselbe findet in neutralen Lösungen statt, außer bei Po und RaE, die schon unter diesen Bedingungen langsam dialisieren. Die Dialisationsfähigkeit geht in ammoniakalischen Lösungen für Po und ThB stark zurück. Unmittelbar berührt uns die Tatsache, daß die Diffusionskoeffizienten von Po und ThB in alkalischen Lösungen viel kleiner als in neutralen sind, und daß der Diffusionskoeffizent für Po sogar in neutralen Lösungen anormal klein ist. Da jede genauere Charakteristik der Dispersoide auf die Bestimmung der Größe der Teilchen der dispersen Phase hinausläuft, so berechnet Paneth auf Grund des Wertes des Diffusionskoeffizienten in alkalischen Lösungen ungefähr die Größe der darin sich findenden Po- und ThB-Teilchen. Auf diesem Wege kommt Paneth zum Schlusse, daß unter den gegebenen Bedingungen diese Körper von der Größenordnung schwerer Molekel bzw. hochgradig zerteilter Kolloide sind, und daß Po sich schon in neutralen Lösungen im kolloiden Zustande befindet.

Ursprünglich hatten wir die Absicht, Paneths bzw. Hevesys Versuche unter veränderten Bedingungen zu wiederholen: das war der eigentliche Ausgangspunkt der vorliegenden Arbeit. Doch sind wir bei dem Versuch einer exakteren Reproduktion unserer Zahlen auf Schwierigkeiten gestoßen, bei deren Überwinden wir, die eben beschriebene Erscheinung der ungleichmäßigen Verteilung der Radioaktivität beobachteten.

Wir sind der Meinung, daß dieselbe Ungleichmäßigkeit in der Konzentration der Radioaktivität auch in den Lösungen Paneths stattfand, und daß die von Paneth beobachteten niedrigen Diffusionskoeffizienten für Po in neutralen und alkalischen und für ThB in alkalischen Lösungen dadurch zu erklären sind, daß gerade in diesen Lösungen der größte Teil von Po und ThB sich in den unteren Schichten der Flüssigkeit, aus der die Diffusion stattfindet, oder auf dem Boden des Gefäßes ansammelt.

Die Größe der hier auftretenden Teilchen könnten wir entweder mit Hilfe der Formel von Stokes aus der Geschwindigkeit ihres Absetzens, oder auf Grund der Laplaceschen Gleichung aus der Art ihrer Verteilung in einer in Gleichgewicht befindlichen Lösung bestimmen. Wir haben leider keine Angaben über den Unterschied zwischen der Dichte dieser Teilchen und derjenigen des Dispersionsmittels, und dieser Mangel an Zahlen macht eine genaue Berechnung unmöglich. Bei der Annahme aber, daß die Dichte dieser Teilchen gleich 2 ist, finden wir auf Grund des Versuches VII, Tab. II, den wir als den exaktesten betrachten, daß die Größe der Teilchen ungefähr 10^{-6} cm beträgt. Diese Teilchen sind also von der Größenordnung der Kolloide.

Anderseits aber ist es in Anbetracht der geringen Quantitäten Materie, die hier auftreten, vollkommen ausgeschlossen, daß ein Teilchen eines solchen Kolloids ausschließlich aus radioaktivem Stoff bestehen sollte. Ein solches Teilchen würde eher viele tausendmal weniger radioaktiver Substanz enthalten, als jeder anderen.

Nun muß die Frage der Zusammensetzung eines solchen Teilchens erhoben werden. Wir haben hier zwei Möglichkeiten. Wir können uns nämlich vorstellen, daß die Hydratation, durch Polarisation und Anziehung aller das Ion umgebenden Wassermolekeln hervorgerufen, unverhältnismäßig stark mit der Verdünnung wächst[1]). Die Verdünnungswärme und die Kontraktion, die selbst bei sehr großer Verdünnung auftritt, scheinen dafür zu sprechen, daß der Hydrationsprozeß mit steigender Verdünnung immer intensiver wird[2]). Wir dürfen aber nicht vergessen, daß wir es hier mit außerordentlich verdünnten Lösungen zu tun haben und, daß eine so weitgehende Extrapolation nicht immer zuverlässig ist. Übrigens finden wir auf diesem Wege keine unmittelbare Erklärung für den Unterschied im Verhalten der neutralen und alkalischen einer- und der sauren Lösungen anderseits.

Zweckmäßiger scheint uns daher eine andere Annahme zu sein. Im Zusammenhang mit den

1) T. Godlewski, Kolloid-Zeitschr. **14**, 229, 1914.
2) F. Paneth, Wiener Sitzungsber. **121**, 2193; Kolloid-Zeitschr. **13**, 1 u. 297, 1913.
3) G. v. Hevesy, diese Zeitschr. **14**, 1202, 1913.

1) H. Lachs, Kolloid-Zeitschr. **21**, 163, 1917.
2) K. Fajans, Naturwissenschaften **9**, 729, 1921.

Arbeiten von Spring und Kangro haben in den letzten Zeiten Le Blanc[1]) und Wolski[2]) bewiesen, daß Flüssigkeiten nach gewöhnlichen, selbst den besten uns bekannten Methoden gereinigt, optisch nicht leer sind; in 1 cm³ selbst am sorgfältigsten destillierten Wassers befinden sich noch einige zehntausend im Ultramikroskop leuchtende Teilchen von Fremdkörpern. Zwar ist es ihnen gelungen, mittelst einer neuen speziellen Methode der Ultrafiltration, ein im Ultramikroskop vollständig optisch leeres Wasser zu erhalten, aber es genügt, daß dieses Wasser selbst für kurze Zeit mit Luft in Berührung kommt, damit es wieder verunreinigt wird.

Wir sind der Meinung, daß eben jene Teilchen von Fremdkörpern, die entweder aus dem Luftstaub oder aus dem Gefäß, in dem die Flüssigkeit aufbewahrt wird, stammen, allein die von uns beobachtete Erscheinung verursachen. Sie sind es, die unter dem Einfluß der Schwerkraft sich in verschiedenen Schichten in verschiedener Menge verteilen, und je nach den Bedingungen in einem größeren oder kleineren Grade die gelösten radioaktiven Körper adsorbieren. Die Größe dieser Adsorption, wie das oft bei verschiedenen Adsorbentien stattfindet, ändert sich mit der Reaktion der Lösung. Offenbar können wir nicht genau diesen Einfluß der Reaktion präzisieren, dies ist auch für Adsorbentien mit bekannter chemischer Zusammensetzung nicht immer möglich. Hier müssen wir uns mit dem Feststellen dieses Einflusses zufrieden geben. Diese Auffassung steht auch im Einklange mit der Äußerung Zsigmondys[3]), daß die Fremdkörper es sind, die den kolloiden Charakter der radioaktiven Stoffe vortäuschen.

Die uns hier interessierende Frage könnte vollständig aufgeklärt werden, wenn es möglich wäre, Versuche mit dem nach der Le Blanc-Wolski-Methode vorbereiteten Wasser auszuführen. Wir mußten aber leider darauf verzichten, da Herr Prof. Dr. Le Blanc uns gütigst erklärt hatte, daß diese Methode, wegen der außerordentlichen Schwierigkeiten der Operationen, praktisch nur bei kleinen Quantitäten Flüssigkeit, die nicht viel mehr als 1 cm³ betragen, angewendet werden kann.

Wir finden zwar auf diesem Wege keine Erklärung für zwei in elektrischer Beziehung verschiedene Arten von Teilchen, die von Godlewski[4]) beschrieben worden sind. Aber für uns ist es sehr wahrscheinlich, daß jene Unterschiede in der Teilchenladung nicht sui generis sind; sondern daß sie die Folge der elektrischen Polarisation der Elektroden sind, die in den Versuchen von Godlewski gar nicht berücksichtigt wurde.

Die Grundbedingung in der Statik der Entstehung der Kolloide ist das Überschreiten des Löslichkeitsproduktes. Selbverständlich sind wir in den meisten Fällen bei den radioaktiven Lösungen von dieser Grenze weit entfernt. Wir wollen aber damit nicht behaupten, daß die Teilchen, die in wahren, sehr verdünnten Elektrolytlösungen entstehen, im Sinne der modernen Anschauungen, dank der Polarisation und Anziehung die Größe der Kolloiden prinzipiell nicht erreichen könnten. Das Stellen dieser Frage scheint uns aber gegenstandslos zu sein, da uns gegenwärtig Methoden fehlen, um eine derartige Heterogenität nachzuweisen.

Wir haben also bis jetzt, worauf schon eins von uns in einer mit H. Herschfinkel[1]) gemeinsam ausgeführten Untersuchung hingewiesen hat, keinen Grund zu derjenigen Interpretation des Zustandes der radioaktiven Körper, die wir in den entsprechenden Abhandlungen von Godlewski, Paneth und Hevesy finden. Dagegen werfen die von uns beschriebenen Erscheinungen, wenn sie auch nicht alles erklären, doch ein Licht auf Tatsachen, die den kolloiden Zustand der radioaktiven Körper simulieren, und bringen uns daher einem Verständnis des Zustandes dieser Körper in Lösungen näher.

1) H. Lachs und H. Herschfinkel, Journ. de Physique et le Radium (4) **2**, 319—328, 1922.

Radiologisches Laboratorium der Warschauer Gesellschaft der Wissenschaften.

(Eingegangen 4. Juli 1922.)

1) M. Le Blanc, Ber. über d. Verh. d. sächs. Akad. d. Wissensch. zu Leipzig, mathem.-physik. Klasse **72**, 24, 1920.
2) P. Wolski, Kolloidchem. Beihefte **13**, 137, 1920.
3) R. Zsigmondy, Kolloidchem. Zeitschr. **13**, 304.
4) l. c.

Zur Theorie des Telephons.

Von W. Hahnemann und H. Hecht.

Vor einiger Zeit haben wir eine Methode beschrieben[1]), die gestattet, elektromagnetisch erregte mechanische Schwingungsgebilde experimentell zu untersuchen und sie aus ihren elektromagnetischen, mechanischen und geometrischen Konstanten zu berechnen. Das mechanische Schwingungsgebilde besteht dabei aus einem „Feld" genannten Eisenteil größerer Masse und aus einem „Anker" genannten Eisenteil kleinerer Masse, die durch eine Elastizität miteinander verbunden und durch einen schmalen Luftspalt voneinander getrennt sind. Die elektromagnetische Erregung erfolgt in der Weise,

1) Diese Zeitschr. **20**, 104, 1919. Im Folgenden mit a. a. O. bezeichnet.

daß durch Speisung einer im Eisen des Feldes eingelagerten Spule mit Wechselstrom ein magnetisches Wechselstromfeld über ein durch permanente Magnete oder eine Gleichstrommagnetisierung hervorgerufenes, polarisierendes, konstantes Magnetfeld überlagert wird. Später[1]) haben wir die Methode auf einen der wichtigsten Vertreter solcher elektromagnetisch erregter mechanischer Schwingungsgebilde angewandt, nämlich auf das Telephon. Die Frage nach dem Wirkungsgrad der Umformung der zugeführten Wechselstromenergie in die gewollte Form mechanisch-akustischer Energie bildete in den genannten Arbeiten stets das Hauptziel der Überlegungen und Berechnungen. Die folgenden Untersuchungen sollen Ergänzungen zu den früheren Arbeiten bringen und sich im besonderen mit der Abhängigkeit des Watt- und wattlosen Widerstandes von der Frequenz beschäftigen. Wir werden eine eingehendere Darstellung der Ersatzkreismethode voranstellen. Gelegentlich wollen wir auf die Arbeiten von H. Lichte[2]) und H. Carsten[3]) eingehen, die inzwischen erschienen sind und die von rein analytischer Grundlage ausgehend, die Theorie und Berechnung des Telephons anstreben.

I. Die Ersatzkreismethode.

Die Ersatzkreismethode besteht, wie a. a. O. gezeigt, darin, die mechanisch-akustischen Arbeitsvorgänge des schwingenden Ankers gedanklich durch rein elektrische Arbeitsvorgänge zu ersetzen und den Anker, der im besonderen Falle des Telephons durch den mittleren Teil der Telephonmembran gebildet wird, ruhen zu lassen. Die rein elektrische Anordnung, die diesen Forderungen genügt, besteht aus einem elektrischen Transformator, dessen Primärspule die eigentliche Telephonspule ist und dessen Sekundärspule durch eine Selbstinduktion, durch eine Kapazität und durch einen Ohmschen Widerstand geschlossen ist. Diese drei Größen sollen so dimensioniert sein, daß die Stromstärke dieses Kreises stets die Wirkung der mechanischen Ankeramplitude ersetzt. Auf ihren Zusammenhang mit den mechanisch-akustischen Größen des Apparates werden wir später ausführlicher zu sprechen kommen. Primär- und Sekundärspule werden zunächst widerstandsfrei und streuungslos angenommen, da die durch Ohmschen Widerstand und Streuung hervorgerufenen Wirkungen in einfacher Weise später als Korrektionen angebracht werden können[1]). Das Schaltungsschema des Telephons in rein elektrischer Auffassung ist in Figur 1 dargestellt. Da die Windungszahlen

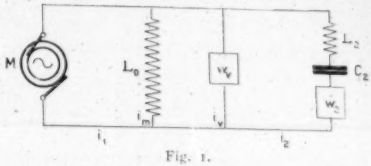


Fig. 1.

der Primär- und Sekundärspule als gleich angenommen sind, und da die Verkettung der beiden Spulen streuungslos sein soll, so sind in der Figur Primär- und Sekundärspule durch eine einzige Wicklung dargestellt. M ist die erregende Maschine, deren Klemmenspannung e sei. Der Primärstrom i_1 zerfällt in drei Teilströme:

i_m, der den Magnetisierungsstrom des Telephons darstellt und ein wattloser Strom ist,

i_v, der den durch die Eisenverluste des Telephons bedingten Verluststrom darstellt und ein Wattstrom ist,

i_2, den eigentlichen Sekundärstrom, der die Wirkung der Amplitude des mechanischen Ausschlages ersetzt und in der Phase nacheilend, gleich oder voreilend zu der Spannung e_2 sein kann.

Die Sekundärspannung e_2 ist phasenentgegengesetzt zu der Primärspannung e_1 bzw. der Maschinenspannung e, die beide infolge Fehlens von Ohmschem Widerstand und Streuung gleich groß und gleich gerichtet sind. L_0 stellt die bei offenem Transformator, d. h. unterbrochenem Kreise 2 oder in mechanischem Sinne bei festgebremster Membran vorhandene Selbstinduktion dar. Wir beschränken die folgenden Untersuchungen auf kleinste Erregungen und sehen von Sättigungserscheinungen ab. Im besonderen nehmen wir für L_0 Unabhängigkeit von der Frequenz und von der Erregung in dem jeweils betrachteten Gebiete an. Der Widerstand w_v stellt nach der Definition von i_v den Verlustwiderstand, hervorgerufen durch das Eisen des Telephons, dar und soll entsprechend der Erfahrung[2]) proportional der Frequenz sein. Auch er kann unabhängig von der Erregung angenommen werden, da wir uns auf sehr kleine Erregungen beschränken. Die mechanisch-akustischen Vorgänge der schwingenden Telephonmembran finden, wie bereits erwähnt, ihr elektrisches Äquivalent in dem aus

1) Ann. d. Phys. **60**, 454, 1919 u. **63**, 57, 1920.
2) Zeitschr. f. techn. Physik **2**, 12, 1921.
3) Diese Zeitschr. **22**, 501, 1921 u. Zeitsch. f. techn. Physik **2**, 312, 1921.

1) Ann. d. Phys. **63**, 57, 1920.
2) Ann. d. Phys. **63**, 57, 1920.

der Selbstinduktion L_2, der Kapazität C_2 und dem Ohmschen Widerstand w_2 gebildeten Kreise.

Durch die Widerstände w_v und w_2 kann man eine der wichtigsten Eigenschaften des Apparates ausdrücken, nämlich das Verhältnis der bei Resonanzfrequenz in mechanische Form umgewandelten Leistung zu der gesamten vom Apparat aufgenommenen, wobei allerdings die Kupferverluste noch nicht berücksichtigt sind, die, wie bereits gesagt, zweckmäßiger nachträglich eingeführt werden. Dieses Verhältnis nennen wir den mechanisch-elektrischen Wirkungsgrad und bezeichnen ihn mit dem Buchstaben η. Es ist also

$$\eta = \frac{i_2^2 w_v}{i_2^2 w_2 + i_v^2 w_v}.$$

Bei Resonanzfrequenz sind, wie sich später im besonderen noch zeigen wird, L_2 und C_2 aufeinander abgestimmt, und es verhält sich bei dieser Frequenz

$$\frac{i_v}{i_2} = \frac{w_2}{w_v}.$$

Es wird daher

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{w_2}{w_v}}.$$

Lassen wir bei veränderlicher Frequenz die Spannung der Maschine proportional zu der Frequenz sich ändern — und das müssen wir, wie wir später sehen werden, tun, um die Resonanzkurve bei konstanter Kraft zu erhalten —, so bleiben i_m und i_v konstant und nur i_2 ändert seine Größe und Phase. Das Strombiagramm, welches diese Verhältnisse übersichtlich darstellt, ist bereits a. a. O. mitgeteilt, soll aber hier nochmals in Fig. 2 wiederholt werden.

Das Dreieck ODE stellt das Verlustdreieck des das ruhende Telephon nachahmenden offenen Transformators dar, insbesondere i_0 den aus i_v und i_m sich zusammensetzenden Leerlaufsstrom, der in diesem besonderen Falle gleichzeitig Primärstrom ist. Der Winkel $OED = \varphi_0$ liefert die Beziehung zwischen den Größen w_v und L_0, da

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{w_v}{\omega L_0}$$

ist. Sein Komplementwinkel EOD wird auch Verlustwinkel genannt. Da der Widerstand w_v der Frequenz proportional sein soll, so ist der Winkel φ_0 unabhängig von der Frequenz und für einen gegebenen Apparat konstant.

Da die Primärspannung e_1 auf der Richtung von i_m senkrecht steht und mit der Richtung von i_v zusammenfällt, so liegt sie in der Figur

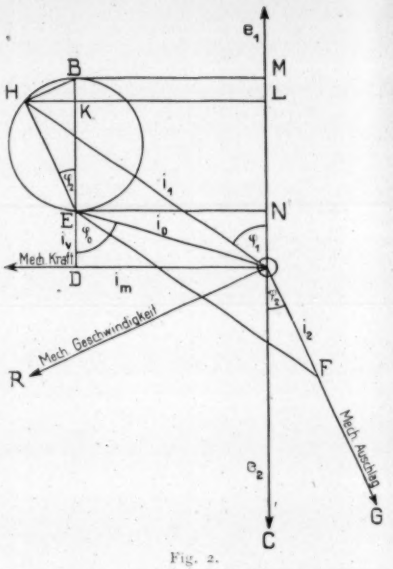


Fig. 2.

in der Richtung der Strecke OM. Die Strecke ED ist über E hinaus bis B verlängert, so daß

$$EB : BD = \eta$$

ist. Über EB als Durchmesser ist ein Kreis beschrieben, der wie a. a. O. gezeigt, der geometrische Ort für den Endpunkt des Primärstromes i_1 ist; insbesondere entspricht der Punkt B der Resonanzfrequenz und die Strecke OB dem Primärstrom in Resonanz.

Unter Resonanzfrequenz eines Telephons oder eines telephonähnlichen Apparates soll diejenige Frequenz verstanden sein, bei der das Maximum an mechanischer Leistung erhalten wird, wenn das Telephon bei veränderlicher Frequenz mit konstanter Wechselkraft erregt wird, und unter Resonanzkurve die Abhängigkeit der aufgenommenen Primärleistung von der Frequenz. Die gesamte, bei einem Telephon auftretende Kraft setzt sich aus zwei Teilen zusammen: aus einer von der Zeit unabhängigen, von der permanenten Magnetisierung herrührenden Kraft und aus einer durch den Wechselstrom hervorgerufenen, mit der Zeit veränderlichen Wechselkraft, welch letztere hier allein interessiert. Diese periodisch veränderliche Kraft wird nun allerdings von dem Primärstrom hervorgerufen, und der letztere ist auch bei konstanter Frequenz ohne weiteres ein Maß für die Kraft selbst, da wir uns auf geringe Er-

regungen beschränken wollen. Er ist es aber nicht mehr, wenn die Frequenz sich ändert und ist es um so weniger, je näher man der Resonanz ist und je größer der Wirkungsgrad des betreffenden Apparates ist. Wir werden auf diese Abhängigkeit noch später ausführlicher zu sprechen kommen. Das stets gültige Maß für die periodische Kraft, die zwischen den schwingenden Teilen des Telephons herrscht, ist nicht der Primärstrom, sondern das Wechselstromkraftlinienfeld, das durch die Größe von L_0 und i_m bestimmt wird. Also nicht der ganze Primärstrom i_1, sondern nur sein Teilstrom i_m bestimmt die in Frage kommende Kraft. Da bei konstantem L_0 auch i_m konstant ist, wenn e proportional mit der Frequenz ω sich ändert, so erhält man, wie wir oben bereits gesagt haben, die Resonanzkurve eines Telephons, wenn $\frac{e}{\omega}$ konstant ist. Der Zusammenhang zwischen den in Frage kommenden Größen wird vielleicht noch übersichtlicher, wenn wir die entsprechenden Beziehungen angeben. Ist N die Windungszahl der Spule und Φ der magnetische Wechselflux, so ist $\frac{e}{\omega}$ einerseits gleich $L_0 i_m$ und andererseits gleich $N\Phi$. Wir sind absichtlich auf diese Verhältnisse so ausführlich eingegangen, weil über diesen Punkt häufig noch Unklarheiten zu bestehen scheinen.

Wir wollen nun den Zusammenhang der drei Größen L_2, C_2 und w_2 des Ersatzkreises mit den mechanisch-akustischen Größen des Schwingungsgebildes näher diskutieren. Die elektrische Stromstärke i_2 des Ersatzkreises soll der mechanischen Amplitude und das durch das Verhältnis $\frac{e}{\omega}$ gegebene Wechselkraftfeld soll der mechanischen Kraft entsprechen. Wenn noch die im elektrischen Kreise im Widerstande w_2 verzehrte Leistung stets gleich der mechanisch-akustisch abgebremsten Leistung des telephonartigen Apparates, für den der betreffende Ersatzkreis gilt, sein soll, so sind damit alle Beziehungen zwischen den elektrischen und mechanischen Größen wie folgt festgelegt.

Das Schwingungsgebilde besitze die Schwingungsmasse m, die Elastizität c und den Bremswiderstand w_m. Die Kraft, mit der es erregt wird, sei K und der mit der Frequenz veränderliche Phasenwinkel zwischen Kraft und Geschwindigkeit sei φ_m. Durch die Beziehung

$$\omega_R^2 mc = 1$$

ist diejenige Frequenz gegeben, der bei Erregung mit konstanter Kraft das Maximum der Leistungsaufnahme entspricht. Die Amplitude des Ausschlages ist

$$x_0 = \frac{\cos \varphi_m}{\omega w_m} \cdot K.$$

Bezeichnet im elektrischen Ersatzkreise φ_2 den Phasenwinkel zwischen Spannung e_2 und Strom i_2, so ist der letztere

$$i_2 = \frac{\omega \cos \varphi_2}{w_2} \cdot \frac{e_2}{\omega}.$$

Auf Grund der angenommenen Zuordnung zwischen Amplitude und Strom einerseits und Kraft und Spannung pro Periode andererseits sind die Verhältnisse $x_0 : i_2$ und $K : \frac{e_2}{\omega}$ konstant. Wählen wir die Dimensionen und Einheiten so, daß diese Verhältnisse den Wert 1 annehmen, so wird

$$\frac{\cos \varphi_m}{\omega^2 w_m} = \frac{\cos \varphi_2}{w_2}.$$

Eine zweite Gleichung zwischen diesen Größen können wir aus der Forderung ableiten, daß die mechanische und elektrische Leistung stets einander gleich sein sollen. Vom Faktor $^1/_2$ abgesehen, ist die erstere Leistung

$$\frac{\cos^2 \varphi_m}{w_m} \cdot K^2,$$

die letztere

$$\frac{\omega^2 \cos^2 \varphi_2}{w_2} \cdot \left(\frac{e_2}{\omega}\right)^2,$$

mithin

$$\frac{\cos^2 \varphi_m}{\omega^2 w_m} = \frac{\cos^2 \varphi_2}{w_2}.$$

Aus den beiden elektromechanischen Beziehungen folgt

$$w_2 = \omega^2 w_m$$

und

$$\varphi_2 = \varphi_m.$$

Um zu einer Gleichung zwischen den mechanischen und elektrischen Schwingungsgrößen zu gelangen, müssen wir beachten, daß die kinetische bzw. potentielle Energie im mechanischen Schwingungsgebilde in einem Zeitmoment Null ist, wenn im elektrischen Kreise die Schwingungsenergie auf dem Kondensator bzw. in der Spule Null ist. Es entspricht also der Träger der kinetischen bzw. potentiellen Energie dem Träger der Ladungs- bzw. Feldenergie, d. h. die mechanische Masse dem elektrischen Kondensator und die mechanische Elastizität der elektrischen Selbstinduktion. Zu einer quantitativen Beziehung gelangen wir, wenn wir von der Gleichheit der Phasenwinkel ausgehen. Da die Resonanzfrequenz ω_R in beiden Gebilden die gleiche sein muß, so folgt aus der Gleichheit der Phasenwinkel bzw. der Dämpfungen

$$\frac{w_m}{\omega_R m} = w_2 \omega_R C_2$$

und

$$w_m \cdot \omega_R c = \frac{w_2}{\omega_R L_2}.$$

Durch Benutzung der Beziehung zwischen den Widerständen w_m und w_2 erhalten wir

$$C_2 = \frac{1}{\omega^2 \omega_R^2} \cdot \frac{1}{m},$$

$$L_2 = \frac{\omega^2}{\omega_R^2} \cdot \frac{1}{c}.$$

Ohne Rücksicht auf die vorhin getroffenen Zuordnungen zwischen den Trägern der Schwingungsenergie können wir diese Gleichungen in die einfacheren Ausdrücke überführen

$$C_2 = \frac{c}{\omega^2},$$

$$L_2 = \omega^2 m,$$

die ebenso wie die obigen die rein elektrische Schwingungsgleichung

$$\omega_R^2 L_2 C_2 = 1$$

liefern. Die drei Bestimmungsstücke in dem Ersatzkreise sind also keine Konstanten, sondern von der Frequenz abhängig. Ein wirkliches Modell des Ersatzkreises würde daher nicht leicht herzustellen sein. Für die theoretischen Rechnungen liefert er aber, wie wir im einzelnen noch sehen werden, leicht übersehbare Diagramme.

Für die Phasenverschiebung φ_2, die, wie bereits gesagt, im Apparat durch den Winkel zwischen Kraft und Geschwindigkeit und im Ersatzkreise durch den Winkel zwischen Spannung und Strom gebildet wird, ergibt sich, wie a. a. O. gezeigt, in Abhängigkeit von der Frequenz der Wert

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{\pi}{\mathfrak{d}} \left(\frac{\omega}{\omega_R} - \frac{\omega_R}{\omega} \right),$$

wenn man unter $\mathfrak{d}$ die mechanische Dämpfung des Apparates oder die elektrische Dämpfung des Ersatzkreises versteht. Beschränkt man sich auf die Nähe der Resonanz, so kann man praktischer statt des Frequenzverhältnisses die prozentuale Verstimmung x einführen und erhält, wenn man

$$\frac{\omega}{\omega_R} = 1 + x$$

setzt, für $x \ll 1$

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{2 \pi x}{\mathfrak{d}}.$$

Um den positiven bzw. negativen Werten von x die höheren bzw. niedrigeren Frequenzen zuzuordnen, was bei zahlenmäßigen Berechnungen vorteilhafter als das umgekehrte ist, haben wir entgegen der a. a. O. gewählten Bezeichnung $+x$ mit $-x$ vertauscht und erhalten dadurch auch die anders lautende Festsetzung, daß die Frequenzen oberhalb bzw. unterhalb der Resonanzfrequenz durch positive bzw. negative Winkel φ_2 dargestellt werden. Elektrisch können wir sagen, daß die Frequenzen oberhalb bzw. unterhalb der Resonanzfrequenz durch Phasennach- bzw. -voreilung des Stromes i_2 zu seiner Spannung charakterisiert sind. Hierbei fällt die Spannung e_2 des Kreises 2 in die Richtung von OC, da, wie bereits erwähnt, die Sekundärspannung im gedachten Ersatzkreis um 180° phasenverschoben zu der in Richtung OM liegenden Primärspannung e_1 ist. Wollen wir also beispielsweise die Stromverteilung für einen Punkt oberhalb der Resonatorfrequenz, d. h. Phasennacheilung des Stromes i_2 gegen seine Spannung e_2 untersuchen, so müssen wir den entsprechenden Winkel φ_2 nach rechts an OC antragen, da durch die bereits erfolgte Festlegung von e_1 und i_m eine Drehung des Vektors im Sinne des Uhrzeigers Voreilung bedeutet. Eine Parallele durch E zur Richtung OG schneidet den i_1-Kreis im Punkte H und eine Parallele durch E zu OH den freien Schenkel OG von φ_2 im Punkte F, so daß OF nach Richtung und Größe i_2 darstellt, während der zu diesem Winkel φ_2 gehörige Primärstrom i_1 bzw. dessen Phasenwinkel φ_1 zur Primärspannung e_1 durch die Strecke OH bzw. durch den Winkel MOH gegeben sind. Wir können uns in unserem Beispiel den Winkel φ_2 auch statt an OC nach rechts unten, an EB nach links oben angetragen denken und erkennen so besser, daß jedem Winkel φ_2, d. h. jeder Frequenz ein Punkt des i_1-Kreises zugeordnet ist. Hierbei entspricht der zu EB rechts bzw. links liegende Halbkreis den Frequenzen unterhalb bzw. oberhalb der Resonanzfrequenz, während der Punkt B der Resonanzfrequenz und der Punkt E den beiden Grenzfrequenzen o und ∞ entspricht.

Die Phasenbeziehungen zwischen den elektrischen und mechanischen Vektoren findet man gleichfalls aus dem Diagramm der Figur 2. Die angewandte Methode geht davon aus, die Wirkung der mechanischen Schwingungsamplitude in jeder Beziehung durch die Wirkung eines elektrischen Stromes zu ersetzen. So ist an die Stelle des mechanischen Ausschlages nach Richtung und Größe des Effektes der Strom i_2 getreten, und die Richtung des mechanischen Ausschlages fällt daher in die Richtung OG. Die Kraft wird, wie wir bereits sahen, durch das magnetische Kraftlinienfeld, d. h. vektoriell durch den Strom i_m bestimmt. Sie

fällt daher der Richtung nach mit der Strecke OD zusammen. Um 90^0 gegen den mechanischen Ausschlag verschoben ist die mechanische Geschwindigkeit und fällt daher im Diagramm in die Richtung OR. Mechanische Geschwindigkeit und Kraft haben daher im allgemeinen eine Phasenverschiebung gegeneinander, nämlich den Winkel φ_2, und erst wenn $\varphi_2 = 0$ ist, fällt die Richtung von i_2 mit OC und damit die Richtung von OR mit OD zusammen. $\varphi_2 = 0$ heißt aber Resonanz in Sekundärkreis oder mechanische Resonanz, und mechanische Resonanz heißt Gleichphasigkeit von Kraft und Geschwindigkeit. Wir weisen besonders darauf hin, daß die Richtung der Kraft praktisch niemals mit dem Primärstrom i_1 zusammenfallen kann, sondern daß sie dies nur in dem idealen Grenzfalle der reinen Selbstinduktion tun würde, wenn nämlich $\eta = 0$ und $\varphi_0 = 90^0$ ist, d. h. wenn es nur noch reinen Magnetisierungsstrom gibt. Aber schon bei den praktischen Grenzfällen des Telephons mit schlechtem Wirkungsgrad oder des festgebremsten Telephons ist dies nicht mehr der Fall, wie man ohne weiteres aus dem zugehörigen Diagramm erkennt, das dadurch charakterisiert ist, daß bei gegebenem Verlustdreieck der Durchmesser des Kreises EB klein gegenüber der Strecke ED ist. Auch in diesen Grenzfällen, in denen der Strom i_1 vollkommen oder nahezu mit dem Strom i_0 zusammenfällt, ist die Richtung der Kraft noch immer von der des Primärstromes verschieden.

Wir benutzen diese Gelegenheit, auf die bereits genannten Arbeiten von Lichte und Carsten einzugehen, die vor einiger Zeit erschienen sind und eine Theorie des Telephons in rein analytischer Form anstreben.

Beide Verfasser gehen zur eigentlichen Berechnung des Telephons von einer Differentialgleichung aus, die in den Bezeichnungen von Lichte (Gleichung 9) lautet

$$m\ddot{x} + g\dot{x} + \beta x = L \cdot \frac{J_0}{b} i,$$

wobei die linke Seite wohl ohne nähere Erklärung verständlich ist, während die auf der rechten Seite stehenden Werte $L\frac{J_0}{b}$ eine Konstante des Telephons und i der Strom in der Wicklung sind. Diese Gleichung kann nach unseren soeben gemachten Ausführungen nicht allgemein gültig sein, da die Kraft zwischen den schwingenden Teilen des Telephons nicht durch den vollen Primärstrom, sondern durch einen gegen ihn phasenverschobenen Teilstrom bestimmt wird. Verfolgt man die Entstehung der genannten Gleichung rückwärts, so findet man, daß der Unterschied der beiden Darstellungsweisen bereits in der Gleichung 3 von Lichte begründet ist, in der die Induktion, die die Kraft liefert, einem Strom J proportional gesetzt ist, der sich aus dem Gleichstrom J_0 und dem Wechselstrom i zusammensetzt. Wir haben im Anschluß an das Diagramm vorhin ausgeführt, daß dies näherungsweise nur für Apparate mit geringem Wirkungsgrad und geringem Verlustwinkel, d. h. einer Phasenverschiebung zwischen Spannung und Leerlaufstrom von nahezu 90^0 zulässig ist. Die Resultate der vorliegenden Arbeiten sind daher auf diese Voraussetzungen zu beschränken; insbesondere ist die von Lichte gefundene Symmetrie der Kurve des wattlosen Widerstandes (Fig. 4 der Lichteschen Arbeit) zur Resonanzfrequenz und zu der Geraden, die die Selbstinduktion des ruhenden Apparates darstellt, nur für diesen Spezialfall vorhanden. Wir werden später finden, daß allerdings die Kurve des wattlosen Widerstandes zu diesen beiden Achsen symmetrisch sein kann. Während dabei aber die Voraussetzung gemacht ist, daß sich der Watt- und wattlose Widerstand in Parallelschaltung befinden, geht die von Lichte benutzte elektrische Differentialgleichung (Gleichung 10) von einer Hintereinanderschaltung der Watt- und wattlosen Widerstände aus. Dies erkennt man ohne weiteres sowohl aus der Differentialgleichung selbst, da sie etwas über die Summe der Spannungs- und nicht der Stromanteile der einzelnen Widerstände aussagt, als auch aus den erhaltenen Resultaten, da sonst die Lage des Maximums und Minimums vertauscht sein müßte. Die Abweichung der beiden Kurven in Fig. 4 von Lichtes Arbeit ist durch die Annahme der Proportionalität zwischen Kraft- und Primärstrom zu erklären und nicht durch einen Unterschied zwischen Amplituden- und Leistungsresonanz, wie der Verfasser meint. Denn abgesehen davon, daß auch wir stets von der Leistungsresonanz ausgegangen sind, können dadurch nur Fehler vom Betrage $\left(\frac{b}{2\pi}\right)^2$, d. h. in dem Beispiele Fehler von nur wenigen Promille entstehen.

Auf Grund des Gesagten und der späteren Resultate dieser Arbeit würde es sich für die analytische Behandlung wohl empfehlen, in der mechanischen Differentialgleichung die Kraft durch den das magnetische Kraftfeld messenden Quotienten von Spannung zu Frequenz auszudrücken und die elektrische Differentialgleichung nicht als Spannungs-, sondern als Stromgleichung aufzustellen. Es ist wohl anzunehmen, daß dann ohne große Schwierigkeit

die analytische Behandlung durchgeführt werden kann.

Carsten geht in seiner Arbeit von derselben Gleichung aus, in der die Kraft dem Primärstrom proportional gesetzt wird. Er begeht — innerhalb der Voraussetzungen, unter denen die Gleichung überhaupt nur gültig ist — dann allerdings keinen Fehler, wenn er die Resonanzkurve mit konstantem Strom statt mit konstantem Verhältnis von Spannung zu Frequenz aufnimmt. Man muß sich hierbei aber stets bewußt bleiben, daß dies nur in dem Spezialfall zulässig ist, wenn der betreffende Apparat geringen Wirkungsgrad und geringen Verlustwinkel hat, und daß man zu falschen Resultaten und Schlüssen kommt, wenn die Rechnung auf Apparate mit hohem Wirkungsgrad in der Nähe der Resonanz angewendet werden soll.

Wir haben uns aber das Ziel gesteckt, die schlechten Wirkungsgrade der gebräuchlichen Telephone und telephonartigen Apparate zu verbessern und Telephone höchster Wirkungsgrade herzustellen. Infolgedessen mußten wir zunächst eine Theorie und experimentelle Untersuchungsmethode schaffen, die auch für Telephone großer Wirkungsgrade gültig war. Wir glauben diese Aufgabe durch die Ersatzkreismethode und das zugehörige Diagramm gelöst zu haben und hoffen auch bald über die praktische Lösung der Aufgabe, Telephone hoher Wirkungsgrade wirklich herzustellen, näher berichten zu können[1]).

Die experimentelle Untersuchung von Telephonen läuft im wesentlichen auf eine Aufnahme der Resonanzkurve hinaus. Dies kann auf zweierlei Weise geschehen:

Handelt es sich um Apparate für große Leistungen, so kann man direkt unter Benutzung von elektrischen Meßinstrumenten, wie Watt-, Volt- und Ampèremeter, die Resonanzkurve finden und durch Messung der Verluste bei festgebremstem Schwingungsgebilde die Zerlegung des Primärstromes i_1 in seine Teilströme i_v, i_m und i_2 vornehmen. Auch wenn ein praktisch nicht zu vernachlässigender Spannungsabfall an dem Ohmschen Widerstand der Primärspule vorhanden ist, so kann man die Rechnung und graphische Darstellung trotzdem ausführen, wenn man zunächst von der Spannung in Richtung des Wattstromes den Ohmschen Spannungsabfall abzieht und die so erhaltene Spannung als die eigentliche Primärspannung betrachtet, die wir unserer Ableitung zugrunde gelegt haben.

Gestattet der Apparat aber wegen seiner Kleinheit und wegen des Eigenverbrauches der Meßinstrumente keine direkte Untersuchung mit Watt-, Volt- und Ampèremeter, was bei eigentlichen Telephonen stets der Fall ist, so muß man zu einer indirekten Methode seine Zuflucht nehmen und in der Wheatstoneschen Brücke den Watt- und wattlosen Widerstand des Apparates messen, um seine Resonanzkurve berechnen zu können. Wie dies im einzelnen zu geschehen hat, ist an anderer Stelle gezeigt worden[1]). Wir wollen hier nur eine für die praktische Messung wichtige Bemerkung einflechten. Werden Apparate mit sehr hohen Wirkungsgraden untersucht, so kann es, wie wir im einzelnen später noch näher sehen werden, eintreten, daß der wattlose Widerstand Null oder auch kapazitiv wird. Um dann in der Brücke noch sicher messen zu können, empfiehlt es sich von vornherein, eine so große bekannte Selbstinduktion vorzuschalten, daß der resultierende wattlose Widerstand stets selbstinduktiv bleibt.

Im Folgenden wollen wir uns nun damit beschäftigen, aus bestimmten charakteristischen Größen, die aus der Resonanzkurve und aus der Messung am festgebremsten Apparat erhalten werden, die Abhängigkeit des Watt- und wattlosen Widerstandes von der Frequenz zu berechnen. Wir werden sehen, daß zur vollkommenen Berechnung dieser Eigenschaften eines Apparates die beiden Größen genügen: mechanisch-elektrischer Wirkungsgrad in der Resonanz η und Phasenwinkel φ_0 zwischen Spannung und Strom bei festgebremstem Apparat. Hinzu tritt als dritte Größe die mechanische Dämpfung $\mathfrak{d}$, wenn man die Frequenzen nicht im Verstimmungswinkel φ_2, sondern in den prozentualen Verstimmungen x ausdrücken will.

Wenn wir von einem resultierenden Watt- bzw. wattlosen Widerstand des Apparates sprechen, so ändern wir in Gedanken das Schema der Fig. 1 um und nehmen an, daß die Maschine M statt durch die Kombination von L_0, w_v, L_2, C_2 und w_2 durch nur einen Ohmschen Widerstand und nur einen wattlosen Widerstand, der hierbei noch eine Selbstinduktion oder eine Kapazität sein kann, geschlossen ist. Wir werden finden, daß diese beiden neu eingeführten Widerstände, in komplizierter Weise von der Frequenz abhängig sind im Gegensatz zu den früher eingeführten Widerständen, die teils charakteristische Konstante des betreffenden Apparates darstellen, teils wie der Verlustwiderstand w_v in einfacher proportionaler Be-

1) Als vorläufiger Bericht mag der Vortrag des einen von uns auf der Jahresversammlung 1921 der Gesellschaft für technische Physik in Jena gelten, der in der Zeitschr. f. techn. Phys. **3**, 46, 1922 abgedruckt ist.

1) Ann. d. Phys. **63**, 57, 1920.

ziehung zu der Frequenz ω stehen oder wie die drei Größen des Ersatzkreises mit ω^2 veränderlich sind. Die beiden resultierenden Widerstände bestimmen aber das Verhältnis der erregenden Maschine dem Apparat gegenüber für die betreffende Frequenz, und ihre Kenntnis ist erforderlich unter anderem für die Beantwortung der Frage des größtmöglichen Energieentzuges.

In Anlehnung an das Schema der Fig. 1 wollen wir zunächst annehmen, daß die resultierenden Widerstände in Parallelschaltung zur Maschine liegen. Hierbei kann der resultierende Watt- bzw. wattlose Widerstand sich wiederum aus mehreren Watt- bzw. wattlosen Widerständen in Parallelschaltung zusammensetzen; ausgeschlossen soll nur sein, daß in ein und demselben Zweige Watt- und wattlose Widerstände in Serie liegen. Wir werden finden, daß durch die Auflösung in solche parallel liegende Teilwiderstände das Verhalten des Apparates in sehr anschaulicher und einfacher Weise dargestellt werden kann. Im Anschluß an die Parallelschaltung werden wir jedesmal sowohl für den Watt-, wie den wattlosen Widerstand auch die Serienschaltung behandeln. Analog wie bei der Parallelschaltung kann hierbei jeder Widerstand aus einem oder mehreren Widerständen gleicher Gattung in Serienschaltung zusammengesetzt werden. Es wird sich zeigen, daß die Darstellung in Serienschaltung zu unübersichtlichen Formeln führt und daß diese Darstellung in keiner Weise für das Verhalten des Apparates charakteristisch ist. Man gewinnt vielmehr den Eindruck, daß die Parallelschaltung die natürliche und zwangloseste Darstellungsart seiner Eigenschaften ist. Wir wollen aber trotzdem die Formeln für die Serienschaltung mitteilen, weil ihre Kenntnis wünschenswert ist, wenn man entweder die vorhin erwähnten Messungen in der Brücke ausführt, da hierbei nach den gewöhnlichen Rechnungsmethoden direkt die in Serie liegenden Watt- und wattlosen Widerstände gefunden werden, oder wenn man den Apparat in gewissen Fällen, wie vorhin auseinandergesetzt, mit konstantem Strom betreibt.

Da sich durch die gedankliche Substitution der Parallel- oder Serienschaltung für die Spannungs-, Strom- und Phasenverhältnisse der von der Maschine ausgehenden elektrischen Leistung nichts ändern soll, so behalten die mit e bzw. e_1, i_1 und φ_1 bezeichneten Größen ihre alte Bedeutung bei. Für die neu eingeführten Widerstände werden wir, soweit es nötig, zur Unterscheidung der Parallel- und Serienschaltung die Indizes p und s wählen.

II. Der resultierende Wattwiderstand.

A. Parallelschaltung.

Das entsprechende Schaltungsschema wird durch reine Wattwiderstände und reine wattlose Widerstände gebildet, die alle in Parallelschaltung zur Maschine liegen. Der resultierende Wattwiderstand w_p hat den Wert

$$w_p = \frac{e}{i_1 \cos \varphi_1}.$$

Er setzt sich aus zwei parallel liegenden Wattwiderständen zusammen, von denen der eine die mechanisch-akustische Leistung und der andere die Verlustleistung enthält. Der letztere ist identisch mit dem bereits eingeführten Widerstande w_v, der sich aus den Strom- und Winkelwerten bei festgebremstem Apparat zu

$$w_v = \frac{e}{i_0 \cos \varphi_0}$$

ergibt. Das Verhältnis der beiden Widerstände w_v und w_p hat den Wert

$$\frac{w_v}{w_p} = \frac{i_1 \cos \varphi_1}{i_0 \cos \varphi_0}.$$

Unter Benutzung der Strom- und Winkelbeziehungen der Fig. 2 wird

$$\frac{w_v}{w_p} = \frac{i_v + i_2 \cos \varphi_2}{i_v}$$

oder wenn wir die entsprechenden Strecken der Figur einsetzen

$$\frac{w_v}{w_p} = \frac{ED + EK}{ED}.$$

Schreiben wir hierfür

$$\frac{w_v}{w_p} = 1 + \frac{EB}{ED} \cdot \frac{EK}{EB},$$

so können wir die Streckenverhältnisse entsprechend der Fig. 2 durch die beiden Größen η und φ_2 ausdrücken und erhalten

$$\frac{w_v}{w_p} = 1 + \frac{\eta}{1 - \eta} \cos^2 \varphi_2.$$

Betrachten wir w_v in kleinerem Frequenzgebiet praktisch als konstant, so beschreibt der reziproke Wattwiderstand w_p eine zur Stelle $\varphi_2 = 0$ symmetrische Kurve, die sich bei näherer Betrachtung als eine Resonanzkurve mit dem Maximum in der Resonanzfrequenz darstellt. Diesem einfachen Verhalten des resultierenden Wattwiderstandes bei Parallelschaltung steht, wie wir sehen werden, ein komplizierterer Ausdruck bei Serienschaltung gegenüber, und wir werden auch weiterhin finden, daß das Gleiche für die entsprechenden wattlosen Widerstände gilt.

Das Verhältnis der beiden Wattwiderstände in der Resonanz w_{pR} und w_{vR} wird

$$\frac{w_{\beta R}}{w_{vR}} = 1 - \eta .$$

Diese Gleichung können wir leicht direkt ableiten. Da in Resonanz die gesamte aufgenommene Leistung zu $w_{\beta R}$ und die Verlustleistung zu w_{vR} umgekehrt proportional ist, so ist die mechanische Leistung umgekehrt proportional zu

$$\frac{1}{w_{\beta R}} - \frac{1}{w_{vR}} = \frac{w_{vR} - w_{\beta R}}{w_{vR} \cdot w_{\beta R}}$$

und mithin der Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{w_{vR} - w_{\beta R}}{w_{vR}} .$$

Hieraus folgt aber die obige Gleichung für $\frac{w_{\beta R}}{w_{vR}}$.

B. Serienschaltung.

Das Schaltungsschema ist durch reine Wattwiderstände und durch reine wattlose Widerstände gegeben, die alle in Hintereinanderschaltung liegen. Der gesamte Wattwiderstand hat den Wert

$$w_s = \frac{e \cos \varphi_1}{i_1}$$

und besteht aus zwei Teilwiderständen, von denen der eine die mechanisch-akustische und der andere die Verlust-Leistung enthält. Wir wollen diese Trennung hier nicht vornehmen, sondern wollen den gesamten Serienwattwiderstand bei arbeitendem Apparat auf den Serienwattwiderstand bei ruhendem Apparat beziehen. Der letztere berechnet sich aus den Werten für den Strom und Phasenwinkel bei festgebremstem Apparat zu

$$w_{vs} = \frac{e \cos \varphi_0}{i_0} .$$

Das Verhältnis der beiden Widerstände wird

$$\frac{w_s}{w_{vs}} = \frac{i_0 \cos \varphi_1}{i_1 \cos \varphi_0} .$$

Die weitere Rechnung gestaltet sich analog wie bei der Parallelschaltung und ergibt schließlich das Resultat

$$\frac{w_s}{w_{vs}} = \frac{1-\eta}{\eta} \cdot \frac{1}{\cos^2 \varphi_0} \cdot \frac{\frac{1-\eta}{\eta} + \cos^2 \varphi_2}{\left(\frac{1-\eta}{\eta} + \cos^2 \varphi_2\right)^2 + \left(\frac{1-\eta}{\eta} \operatorname{tg} \varphi_0 + \sin \varphi_2 \cos \varphi_2\right)^2} .$$

Auch diese Formel wollen wir ähnlich wie diejenige der Parallelschaltung für den Resonanzfall nachprüfen. Diese Frequenz ist dadurch ausgezeichnet, daß $\varphi_2 = 0$ wird, wodurch das Verhältnis der Widerstände den Wert

$$\frac{w_{sR}}{w_{vsR}} = \frac{1-\eta}{1 + (1-\eta)^2 \operatorname{tg}^2 \varphi_0} \cdot \frac{1}{\cos^2 \varphi_0}$$

annimmt. Der Wirkungsgrad in der Resonanz ist durch diese Widerstände und die dazu gehörigen Ströme i_{1R} und i_0 gegeben zu

$$\eta = \frac{i_{1R}^2 w_{sR} - i_0^2 w_{vsR}}{i_{1R}^2 w_{sR}} = 1 - \frac{i_0^2}{i_{1R}^2} \cdot \frac{w_{vsR}}{w_{sR}} .$$

Setzen wir in diese Gleichung das soeben gefundene Widerstandsverhältnis und das aus der Fig. 2 abzuleitende Stromverhältnis

$$\frac{i_0^2}{i_{1R}^2} = \frac{OE^2}{OB^2} = \frac{(1-\eta)^2}{1 + (1-\eta)^2 \operatorname{tg}^2 \varphi_0} \cdot \frac{1}{\cos^2 \varphi_0}$$

ein, so erhalten wir eine die Richtigkeit der Formeln bestätigende Identität.

Die nähere Betrachtung der allgemeinen Formel für das Widerstandsverhältnis $\frac{w_s}{w_{vs}}$ zeigt, daß der Serienwattwiderstand eine durch ein Maximum und Minimum ausgezeichnete Kurve beschreibt. Vernachlässigen wir für die Benutzung im schmaleren Frequenzgebiet die Veränderung von w_{vs} mit der Frequenz, so erhalten wir die beiden extremen Werte von w_s, wenn wir die rechte Seite nach φ_2 differenzieren. Unter Benutzung der Abkürzungen

$$2 \frac{1-\eta}{\eta} \operatorname{tg} \varphi_0 = a,$$

$$\frac{2-\eta}{\eta} = b$$

lautet die Bestimmungsgleichung für φ_2

$$\cos 2\varphi_2 + \frac{1 + a^2 - b^2}{2ab} \sin 2\varphi_2 + \frac{1}{b} = 0 .$$

Um die Rechnungen durch das Experiment zu prüfen, benutzen wir die Messungen an einem Apparat, der bereits a. a. O. zu ähnlichen Zwecken verwandt ist und sich durch einen sehr großen Wirkungsgrad auszeichnet, so daß die betrachteten Effekte gleichfalls groß ausfallen. In der Fig. 3 ist die Resonanzkurve dieses Apparates eingetragen, wie sie sich bei konstantem Verhältnis $\frac{e}{\omega}$ aus den Messungen mit Watt-, Volt- und Ampèremeter direkt ergibt. Die Abszisse stellt die prozentuale Verstimmung von der bei 1 liegenden Resonanzstelle dar, die Ordinaten geben die von der Maschine in den Apparat geschickte Leistung an, wobei die Ordinate im Resonanzpunkte zu

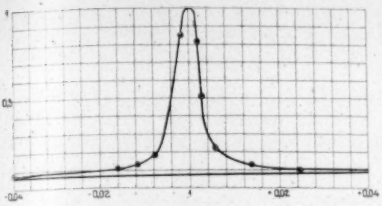


Fig. 3.

1 gewählt ist. Die einzelnen Messungen sind als Punkte, die durch Kreise markiert sind, eingetragen. Durch Auswertung der Kurve findet man $\eta = 0{,}92$ und $\vartheta = 0{,}021$, während $\operatorname{tg} \varphi_0 = 4$ gemessen ist. Mit diesen Zahlenwerten kann man nun die beiden Frequenzen für das Maximum und Minimum des Wattwiderstandes berechnen und findet nach Einsetzung als Bestimmungsgleichung

$$\cos 2\varphi_2 + 0{,}073 \sin 2\varphi_2 + 0{,}85 = 0,$$

woraus

$$(\varphi_2)_{\max} = -72^0 \quad \text{oder} \quad x_{\max} = -0{,}010$$

und

$$(\varphi_2)_{\min} = +76^0 \quad \text{oder} \quad x_{\min} = +0{,}014$$

folgt.

In Fig. 4 ist der Verlauf des Serien-Wattwiderstandes in seiner Abhängigkeit von der Frequenz für die Nähe der Resonanz als Kurve

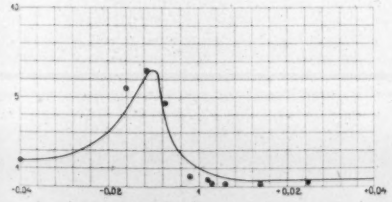


Fig. 4.

aufgetragen, wie er sich auf Grund der obigen Formel bei Einsetzung der Werte für $\eta = 0{,}92$ und $\operatorname{tg} \varphi_0 = 4$ berechnet. Die Abszissen werden durch die prozentualen Verstimmungen von der Resonanzfrequenz gebildet, während der Ordinatenmaßstab so gewählt ist, daß die Größe des Wattwiderstandes bei Resonanzfrequenz gleich 1 ist. Die Werte, die sich direkt aus den Watt-, Volt- und Ampèremetermessungen ergeben, sind als Punkte, durch Kreise markiert, eingetragen. Man erkennt, daß sie sich gut dem Verlaufe der berechneten Kurve anschließen, insbesondere, daß die Lage des beobachteten und berechneten Maximums zusammenfällt.

Durch einen Vergleich der Kurven 3 und 4 erkennt man die große Verschiedenheit der Resonanzkurve und der Serien-Wattwiderstandskurve, die in der Abhängigkeit des Primärstromes von der Frequenz in der Nähe der Resonanz ihren Grund hat. Wir wollen auf diese Abhängigkeit etwas näher eingehen.

Aus der Betrachtung der Fig. 2 erkennt man ohne weiteres, daß der Primärstrom i_1 ein Maximum auf dem zu EB links liegenden Halbkreis, d. h. bei den Frequenzen oberhalb der Resonanz und ein Minimum auf dem zu EB rechtsliegenden Halbkreis, d. h. bei den Frequenzen unterhalb der Resonanz hat. Die betreffenden Frequenzen, bei denen die beiden extremen Werte auftreten und der Betrag des Maximums bzw. Minimums selbst lassen sich an Hand des Diagramms berechnen. Man sieht, daß die Grenzwerte für i_1 auftreten müssen, wenn der Punkt H auf dem i_1-Kreis eine solche Lage hat, daß die Verbindungslinie mit O durch den Kreismittelpunkt S geht. Nennen wir in Fig. 5 die beiden Schnittpunkte dieser Graden

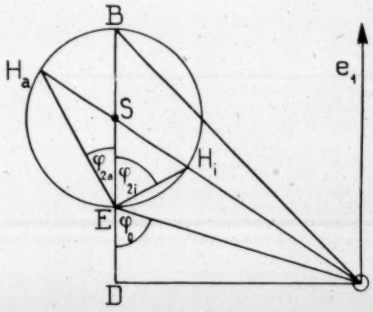


Fig. 5.

mit dem Kreise H_a und H_i, so stellen die Winkel H_aEB bzw. H_iEB die zu den Werten des Maximums bzw. Minimums von i_1 gehörigen Winkel φ_{2a} bzw. φ_{2i} dar. Da der Winkel $DSO = 2\varphi_{2a}$ ist, so folgt

$$\operatorname{tg} 2\varphi_{2a} = \frac{OD}{ED + \frac{EB}{2}} = \frac{\frac{OD}{ED}}{1 + \frac{1}{2}\frac{EB}{ED}}$$

Drückt man die Streckenverhältnisse durch η und $\operatorname{tg} \varphi_0$ aus, so erhält man als Gleichung zur Bestimmung der Frequenz, bei der das Strommaximum auftritt,

$$\operatorname{tg} 2\varphi_{2a} = \frac{\operatorname{tg}\varphi_0}{1+\frac{1}{2}\frac{\eta}{1-\eta}} = \frac{1-\eta}{1-\frac{\eta}{2}}\operatorname{tg}\varphi_0 .$$

Die zu dem Stromminimum gehörige Frequenz findet man hieraus und aus der Beziehung

$$\varphi_{2a} - \varphi_{2i} = 90^0 .$$

Um über die Größe des Primärstromes bei diesen beiden ausgezeichneten Frequenzen, i_{1a} und i_{1i} etwas auszusagen, beziehen wir uns auf einen festen Wert des Primärstromes, beispielsweise auf den Wert in der Resonanzfrequenz i_{1R}, d. h. in Fig. 5 auf die Strecke OB. Es ist dann

$$\frac{i_{1a}}{i_{1R}} = \frac{OH_a}{OB} = \frac{OS + \frac{EB}{2}}{OB}$$

und

$$\frac{i_{1i}}{i_{1R}} = \frac{OH_i}{OB} = \frac{OS - \frac{EB}{2}}{OB} .$$

Das Verhältnis $\frac{i_{1a}}{i_{1R}}$ beispielsweise nimmt dann infolge der in der Fig. 5 zum Ausdruck gebrachten Beziehungen den folgenden Wert an:

$$\frac{i_{1a}}{i_{1R}} = \frac{\sqrt{OD^2 + \left(ED + \frac{EB}{2}\right)^2} + \frac{EB}{2}}{\sqrt{OD^2 + BD^2}} ,$$

in den man die Größen η und $\operatorname{tg}\varphi_0$ einführen kann, sodaß

$$\frac{i_1 a}{i_{1R}} = \frac{\sqrt{(1-\eta)^2 \operatorname{tg}\varphi_0{}^2 + \left(1-\frac{\eta}{2}\right)^2} + \frac{\eta}{2}}{\sqrt{(1-\eta)^2 \operatorname{tg}\varphi_0{}^2 + 1}}$$

wird. Der Ausdruck für das Stromminimum unterscheidet sich hiervon nur durch das Vorzeichen des zweiten Summanden im Zähler. Die Werte für das bereits gewählte Beispiel von $\eta = 0{,}92$ und $\operatorname{tg}\varphi_0 = 4$ sind

$$\frac{i_{1a}}{i_{1R}} = \frac{1{,}08}{1{,}05} = 1{,}02$$

und

$$\frac{i_{1i}}{i_{1R}} = \frac{0{,}16}{1{,}05} = 0{,}15 .$$

Die zu diesen Werten gehörigen Winkel findet man aus der für dieses Beispiel gültigen Gleichung

$$\operatorname{tg} 2\varphi_{2a} = 0{,}59$$

zu

$$\varphi_{2a} = +15^0$$
$$\varphi_{2i} = -75^0 .$$

Hieraus berechnen sich für eine Dämpfung von 0,021 die zugehörigen Verstimmungen zu

$$x_a = +0{,}001$$
$$x_i = -0{,}012 .$$

Die Veränderung des Primärstromes i_1 mit der Frequenz erfolgt derartig, daß sie im Verein mit der oben besprochenen Veränderung des Wattwiderstandes w_s zur Folge hat, daß die aufgenommene Leistung $i_1^2 w_s$ die wahre Resonanzkurve beschreibt; insbesondere entspricht daher dem stark ausgesprochenen Maximum des Wattwiderstandes unterhalb der Resonanzfrequenz (Fig. 4) ein ebensolches Minimum des Primärstromes und dem nur schwach angedeuteten Minimum des Wattwiderstandes oberhalb der Resonanzfrequenz ein ebensolches Maximum des Primärstromes. Die Kurve des Wattwiderstandes und die Resonanzkurve sind bei gleichem $\operatorname{tg}\varphi_0$ umso verschiedener, je besser der Apparat, d. h. je größer der Wirkungsgrad ist. Es ist daher auch nur bei Apparaten mit geringen Wirkungsgraden gestattet, die Resonanzkurve durch die Kurve des Wattwiderstandes zu ersetzen, und nur in diesem Falle ist es für die Resonanzkurve und die aus ihr abgeleiteten Größen praktisch gleichbedeutend, ob der Apparat mit konstantem Strom oder mit konstantem Verhältnis von Spannung zu Strom erregt wird.

III. Der resultierende wattlose Widerstand.

Die Berechnung des resultierenden wattlosen Widerstandes aus den Konstanten des Apparates, nämlich Wirkungsgrad, Leerlaufswinkel und Dämpfung, gaben den unmittelbaren Anstoß zu dieser Veröffentlichung. Wir hatten a. a. O. gesagt, daß die Abhängigkeit des Ausdruckes L/L_0 von diesen Größen zu kompliziert wäre, um zu einer übersichtlichen und klaren Darstellung der Abhängigkeit der Größe L/L_0 von der Frequenz dienen zu können. Bei Benutzung der Parallelschaltung im Gegensatz zu der a. a. O. gewählten Serienschaltung vereinfachen sich aber, wie wir bereits beim Wattwiderstand gesehen haben, die Beziehungen so, daß übersichtliche und gut diskutierbare Formeln entstehen. Wir wollen im folgenden zum Vergleich beide Schaltungen behandeln.

A. Parallelschaltung.

Nennen wir den resultierenden wattlosen Widerstand ωL_p, so ist

$$\omega L_p = \frac{e}{i_1 \sin\varphi_1} .$$

Diese Größe setzt sich aus zwei parallel liegenden wattlosen Widerständen zusammen, von

denen der eine durch die Rückwirkung der Ankerbewegung auf das Feld und der andere durch die Selbstinduktion in der Ruhelage des Ankers gegeben ist. Die letztere Größe ist daher identisch mit dem bereits eingeführten Werte L_0, der durch den Leerlaufs-Strom und -Winkel bei festgebremstem Apparat gegeben ist, zu

$$\omega L_0 = \frac{e}{i_0 \sin \varphi_0}.$$

Das Verhältnis beider wird also

$$\frac{L_0}{L_p} = \frac{i_1 \sin \varphi_1}{i_0 \sin \varphi_0} = \frac{i_w + i_2 \sin \varphi_2}{i_w}.$$

und nach ähnlicher Rechnung wie bei dem Wattwiderstand

$$\frac{L_0}{L_p} = 1 + \frac{\eta}{1-\eta} \operatorname{tg} \varphi_0 \sin \varphi_2 \cos \varphi_2.$$

Der reziproke Wert der den wattlosen Widerstand liefernden Größe L_p beschreibt eine v-förmige Kurve, die durch ein Minimum unterhalb und ein Maximum oberhalb der Resonanzfrequenz gekennzeichnet ist. Diese Kurve ist zu der die Resonanzfrequenz darstellenden Graden und zu der der Abszissenachse parallelen Graden $\frac{1}{L_0}$ doppelt gespiegelt, so daß gleich weit von der Resonanzfrequenz entfernten Punkten vom Vorzeichen abgesehen gleiche Werte des wattlosen Widerstandes mit Bezug auf die Grade $\frac{1}{L_0}$ als Null-Linie entsprechen. Dieser einfachen Abhängigkeit bei Parallelschaltung wird, wie wir im folgenden sehen werden, ähnlich wie bei dem Wattwiderstand eine kompliziertere Funktion bei Serienschaltung gegenüberstehen.

B. Serienschaltung.

Nennen wir den gesamten wattlosen Widerstand bei Serienschaltung ωL_s, so wird

$$\omega L_s = \frac{e \sin \varphi_1}{i_1}.$$

Diese Größe setzt sich aus zwei in Serie liegenden wattlosen Widerständen zusammen, von denen der eine durch die Bewegung des Ankers entsteht, während der zweite durch die Selbstinduktion bei ruhendem Anker dargestellt wird. Die letztere, die bei Parallelschaltung von Watt- und wattlosen Widerständen den Wert L_0 hatte, nimmt jetzt den Betrag an

$$\omega L_{0s} = \frac{e \sin \varphi_0}{i_0}.$$

Für das Verhältnis der Selbstinduktionen bei freiem und festgebremstem Apparat ergibt sich also

$$\frac{L_s}{L_{0s}} = \frac{i_0 \sin \varphi_1}{i_1 \sin \varphi_0}.$$

Wenden wir die bereits mehrfach benutzten Beziehungen der Figur 2 an, so erhalten wir

$$\frac{L_s}{L_{0s}} = \frac{1-\eta}{\eta} \cdot \frac{1}{\sin \varphi_0 \cos \varphi_0} \cdot \frac{\frac{1-\eta}{\eta} \operatorname{tg} \varphi_0 + \sin \varphi_2 \cos \varphi_2}{\left(\frac{1-\eta}{\eta} + \cos^2 \varphi_2\right)^2 + \left(\frac{1-\eta}{\eta} \operatorname{tg} \varphi_0 + \sin \varphi_2 \cos \varphi_2\right)^2}.$$

Die genauere Betrachtung dieser Formel zeigt, daß auch die Selbstinduktion in Serienschaltung ein Maximum und Minimum ähnlich derjenigen bei Parallelschaltung hat. Unter Benutzung der früher angegebenen Bedeutung für die Hilfsgrößen a und b lautet die Bestimmungsgleichung für die zu den beiden extremen Werten gehörigen Winkel φ_2

$$\sin 2\varphi_2 + \frac{1 - a^2 + b^2}{2ab} \cos 2\varphi_2 + \frac{1}{a} = 0.$$

Auf die Kontrolle der Berechnung des Verlaufes der Kurve des wattlosen Widerstandes aus den Apparatekonstanten η, d und $\operatorname{tg} \varphi_0$ durch das Experiment können wir verzichten, da dies bereits a. a. O. (Fig. 10 und 11) getan ist. Es liegen dort allerdings den theoretischen Kurven nicht die zahlenmäßigen Berechnungen auf Grund der Formel, sondern die Ausmessung des betreffenden Diagramms zugrunde. Wir haben uns aber überzeugt, daß keine meßbaren Abweichungen zwischen Rechnung und Diagramm vorhanden sind.

IV. Der Phasenwinkel.

Das Verhältnis des Watt- und wattlosen Widerstandes liefert den Phasenwinkel zwischen Primär-Spannung und -Strom. Ebenso wie die Widerstände im einzelnen ist auch der Phasenwinkel für das Verhalten des elektro-magnetisch erregten Schwingungsgebildes der erregenden Maschine gegenüber von Bedeutung, besonders, da der wattlose Widerstand, wie aus den Formeln sowohl für Parallel- wie auch für Serien-Schaltung hervorgeht, nicht nur Null, sondern gegebenenfalls auch negativ werden kann. Wir haben a. a. O. bereits darauf hingewiesen, daß man diagrammatisch diese Verhältnisse besonders einfach übersehen kann. Haben die Größen η und $\operatorname{tg} \varphi_0$ solche Zahlenwerte, daß der e_1-Vektor, der in Fig. 2 die Richtung OM hat, den i_1-Kreis schneidet, so erhalten wir außer Stellen mit positivem wattlosen Strom auch solche mit verschwindenden oder negativen

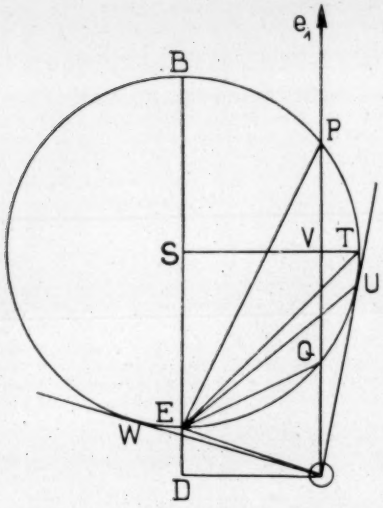


Fig. 6.

Werten. In Fig. 6 ist ein solches Diagramm gezeichnet, das zeigt, wie in den beiden Schnittpunkten P und Q die Richtung des Primärstromes mit der Spannungsrichtung zusammenfällt, während auf dem zu PQ links bzw. rechts liegenden Kreisbogen positive bzw. negative Winkel zwischen Spannung und Strom, d. h. selbstinduktive bzw. kapazitive Wirkung vorhanden ist.

Für die Rechnung wählen wir aus bereits angegebenem Grunde die Formeln der Parallelschaltung. Aus dem Werte für $\frac{L_0}{L_p}$ folgt ohne weiteres, daß $L_p = \infty$ wird, d. h. daß kein wattloser Strom fließen kann, wenn

$$\frac{\eta}{1-\eta} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} \varphi_0} \sin \varphi_2 \cos \varphi_2 + 1 = 0,$$

ist. Im allgemeinen kann der Winkel φ_2 zwischen den Grenzen $+R$ und $-R$ liegen. Damit er aber die Bedingungsgleichung für verschwindenden wattlosen Strom befriedigen kann, muß er negativ sein. Hieraus erkennt man, daß der wattlose Strom nur unterhalb der Resonanzfrequenz null werden kann. Aus der Bedingungsgleichung folgt

$$\cos^2 \varphi_2 = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} - \left(\frac{1-\eta}{\eta} \operatorname{tg} \varphi_0\right)^2},$$

und wir ersehen hieraus, daß es zwei Frequenzen mit verschwindendem wattlosen Widerstand gibt, oder diagrammatisch gesprochen, daß der e_1-Vektor den i_1-Kreis schneidet, wenn

$$\frac{1-\eta}{\eta} \operatorname{tg} \varphi_0 < \frac{1}{2}$$

ist, und daß das Auftreten nur einer solchen Frequenz, d. h. Berührung von Kreis und Geraden, mit der Bedingung verknüpft ist

$$\frac{1-\eta}{\eta} \operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{1}{2}.$$

In diesem Falle wird der Winkel $\varphi_2 = -\frac{R}{2}$.

Man kann diese Verhältnisse sehr anschaulich in dem Diagramm der Fig. 6 verfolgen, wenn man den Punkt O auf DO so weit nach rechts auswandern läßt, daß die beiden Schnittpunkte P und Q der auf DO im Punkte O senkrecht stehenden Geraden, die ja die Richtung von e_1 ist, allmählich in den Berührungspunkt T übergehen. Hierbei vereinigen sich die beiden Winkel BEP und BEQ, die den Wurzeln der obigen Gleichung entsprechen, zu dem Winkel BET, der gleich $\frac{R}{2}$ ist. Bei der diesem Winkel entsprechenden Frequenz tritt auch stets das Maximum der kapazitiven Wirkung ein, da nach der Formel $\frac{L_0}{L_p}$ den kleinsten Wert für $\varphi_2 = -\frac{R}{2}$ erreicht, und da das Maximum des negativen wattlosen Stroms, das in der Figur durch VT dargestellt ist, für diese Lage eintritt.

Der Phasenwinkel zwischen Primär-Spannung und -Strom ist für das Telephon bei schwingender bzw. festgebremster Membran in den Widerständen der Parallelschaltung gegeben durch

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{w_p}{\omega L_p}$$

und

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{w_v}{\omega L_v}.$$

Nach Einsetzung der früher gefundenen Werte für die betreffenden Widerstände ergibt sich

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{\frac{1-\eta}{\eta} \operatorname{tg} \varphi_0 + \sin \varphi_2 \cos \varphi_2}{\frac{1-\eta}{\eta} + \cos^2 \varphi_2}.$$

Differenziert man diesen Ausdruck nach φ_2, so erhält man die Bedingungsgleichung

$$2 \frac{1-\eta}{\eta} \operatorname{tg} \varphi_0 \sin 2\varphi_2 + \frac{2-\eta}{\eta} \cos 2\varphi_2 + 1 = 0.$$

Diese Gleichung liefert zwei Werte für φ_2, die einem Maximum und einem Minimum von φ_1 entsprechen und die in anschaulicher Weise im Diagramm der Fig. 6 durch die Tangenten

OU und OW vom Punkte O aus an dem i_1-Kreis dargestellt werden, die gleichzeitig nach Richtung und Größe die zugehörigen Primärströme ergeben.

Im Zusammenhang mit den früheren Resultaten erkennt man, daß die Strahlen, die in bevorzugter Richtung vom Punkte O aus an den i_1-Kreis gezogen werden können, auch physikalisch bevorzugte Bedeutung haben:

Die beiden Strahlen OB bzw. OE, die durch den zum e-Vektor parallelen Durchmesser bestimmt werden, stellen den Primärstrom in Resonanz bzw. bei den Frequenzen null und ∞ dar.

Der vom Punkte O durch den Kreismittelpunkt gehende Strahl liefert die beiden Schnittpunkte H_a bzw. H_i und damit die Maximal- bzw. Minimal-Werte des Primärstromes.

Die beiden vom Punkte O aus an den i_1-Kreis gezogenen Tangenten OW bzw. OU liefern den Maximal- bzw. Minimal-Wert des primären Phasenwinkels und die entsprechenden Primärströme.

Zusammenfassung.

Es ist die diagrammatisch-theoretische Behandlung des Telephons nach der Ersatzkreis-Methode, die die Schwingungsvorgänge der Telephonmembran durch äquivalente elektrische Vorgänge ersetzt, im Anschluß an frühere Arbeiten weiter ausgeführt und Formeln für die Abhängigkeit des Watt- und wattlosen Widerstandes eines Telephones von der Frequenz, für die zum Strom-Maximum und -Minimum zugehörige Frequenz und für die Frequenz des Maximums und Minimums des primären Phasenwinkels berechnet.

Kiel, im Mai 1922.

(Eingegangen 7. Juni 1922.)

BESPRECHUNGEN.

Clemens Schäfer, Einführung in die theoretische Physik. Bd. II, 1: Theorie der Wärme, Molekularkinetische Theorie der Materie. 8°. VI u. 563 S. m. 71 Abb. Berlin, Vereinigung wissensch. Verleger. 1921. M. 259.—

Einige Übersicht über Anordnung und Ausdehnung des Stoffes mögen die Kapitelüberschriften geben: 1. Theorie der Wärmeleitung. 2. Der erste Hauptsatz der Wärmetheorie. 3. Der zweite Hauptsatz der Wärmetheorie. 4. Physikalisch homogene Systeme. 5. Physikalisch heterogene Systeme. 6. Spezielle Systeme (Gase und verdünnte Lösungen). 7. Die chemische Affinität und das Wärmetheorem von Nernst. 8. Elementare kinetische Theorie der Gase. 9. Entropie uud Wahrscheinlichkeit. 10. Statistische Mechanik. 11. Das Eingreifen der Quantentheorie.

Schon seit langem fehlt in unserer Literatur ein brauchbares Lehrbuch der theoretischen Physik. Die Aufgabe, es zu schreiben, gehört sicherlich zu den schwierigsten. Wenn schon die Auswahl des unbedingt nötigen und das Ausscheiden des entbehrlichen Stoffes vor schwere Dilemmata stellt, kommt hernach noch im einzelnen die Entscheidung über den anzustrebenden Grad von Strenge der Beweisführung und endlich in den modernen Teilen das Glätten und Bereinigen und Ausgleichen von Widersprüchen und Unklarheiten, das Zusammenschließen der modernen Theorien mit den klassischen zu einem einheitlichen, widerspruchsfreien Bild. — Diese Aufgabe auf sich zu nehmen, ist allein schon ein Verdienst. Fragt man, wie sie im vorliegenden Falle gelöst ist, so scheint uns, daß Auswahl, Einteilung und Anordnung des Stoffes in ausgezeichneter Weise getroffen sind, mit richtigem Blick und gutem Takt für das Wichtige und Minderwichtige. Hingegen kann Referent nicht umhin, zu finden, daß die Darstellung stellenweise nicht mit derjenigen Gründlichkeit durchdacht ist, die ein einführendes Lehrbuch nötiger hat als irgendwelche andere Publikation. Einige Beispiele mögen zeigen, was ich meine:

S. 226, § 57. Daß das isotherm-isobare Potential der Masseneinheit denselben Wert hat in allen Phasen, wird hier für ein „ganz beliebig zusammengesetztes System" bewiesen, gilt aber nur für eine einheitliche Substanz („eine Komponente").

S. 231. Der Schluß, der zum Ansatz (73) führt, ist mir völlig unklar. Man vergl. Planck, Thermodynamik, 6. Aufl. S. 182.

S. 299ff. Durch die ganze Darstellung des Nernstschen Wärmetheorems zieht sich die verhängnisvolle, von Nernst selbst herrührende Unsauberkeit der „bestimmten Integrale ohne angebbare untere Grenze". Nernst selbst hat seinen Irrtum eingestanden (Grundlagen des neuen Wärmesatzes, S. 191), der m. E. für das Verständnis des Lernenden völlig verheerend ist und nicht in einem Lehrbuch der theoretischen Physik hätte verewigt werden dürfen.

S. 316. Es ist unrichtig, daß die spezifischen Wärmen beim absoluten Nullpunkt von höherer als der ersten Ordnung verschwinden müssen, damit die Entropie dort endlich bleibe.

S. 448. Letzte Gleichung. Die Zerfällung des Phasenintegrals in ein Produkt aus Konfigurationen- und Impulsintegral ist hier fehlerhaft.

S. 450. Gleichung. 113). Das Äquipartitionsgesetz sagt doch wohl etwas mehr aus, als diese Gleichung, es macht eine Aussage über die mittlere lebendige Kraft von Teilsystemen.

S. 454. Hier wird von solchen gehandelt, aber in einem physikalisch ganz bedeutungslosen Scheinbeweis. Denn die beiden Teilsysteme haben völlig getrennte Energiefunktionen, daher physikalisch nichts miteinander zu schaffen. Sie würden ewig niemals ihre Energien oder ihre Moduln ausgleichen, wenn diese nicht von vornherein die richtigen Werte haben.

S. 462. Ich habe den Eindruck, daß hier die Komponenten der Winkelgeschwindigkeit (eines starren

Moleküls) als Lagrangesche Impulse benützt werden. Das ist unstatthaft, weil es keine zugehörigen Lagrangeschen Koordinaten gibt.

E. Schrödinger.

A. Thomälen, Kurzes Lehrbuch der Elektrotechnik. Gr. 8°. 395 S. 2. Auflage. Berlin, Julius Springer. 1922. M. 120.—

Das Buch gibt einen kurzen Überblick über die Starkstromtechnik. Es wird auf physikalische Zusammenhänge in dem Maße eingegangen, wie sie derjenige kennen muß, der elektrische Maschinen bauen will. Nach einer Zusammenfassung der experimentellen Grundgesetze werden die Begriffe Feldstärke und Induktion im magnetischen und elektrischen Feld entwickelt, woran sich dann ein Kapitel über die Einheiten anschließt, im Umfang und Art der Ableitung der Technik angepaßt.

Der Besprechung der Ankerwicklungen — Arnoldsche Gleichung — folgen die magnetischen Verhältnisse bei Gleichstrommaschinen, mit einer kurzen Theorie der Kommutation.

Die Kapitel IX, X geben die Schaltungen und charakteristischen Kurven der Maschinen.

Danach werden in Kap. XI die aus den Kirchhoffschen Gesetzen abgeleiteten Berechnungsweisen für elektrische Leitungsnetze gegeben.

In den folgenden Kapiteln wird eingehend die in der Elektrotechnik übliche symbolische Darstellung von Wechselströmen erläutert und angewandt, daran anschließend folgt die Diskussion der Ersatzschaltung eines allgemeinen Wechselstromkreises der aus reellen und komplexen Widerständen gebildet wird.

Entsprechend ihrer immer zunehmenden Bedeutung ist der Theorie der Ausgleichsvorgänge und Wanderwellen Raum gegeben.

Die Reflexionsgesetze in elektrischen Leitungen mit verteilter Selbstinduktion und Kapazität sind nach der „überaus anschaulichen Darstellung bei K. W. Wagner im 1. Sonderheft der Telegraphen- und Fernsprechtechnik" wiedergegeben.

In den Kapiteln XVII bis XXVI ist die Theorie und der Aufbau der elektrischen Maschinen auseinandergesetzt.

Das Buch ist für den technischen Physiker der mit der Starkstromtechnik in starker Berührung steht, wertvoll, insbesondere wegen seines nicht zu großen Umfanges, wobei trotzdem immer auf die physikalischen Grundanschauungen zurückgegangen wird, sehr im wohltuenden Gegensatz zu anderen umfangreichen Werken über denselben Gegenstand.

Berthold.

Personalien.

Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.

Habilitiert: An der Technischen Hochschule Berlin Apotheker Dr. Theodor Sabalitschka für pharmazeutische Chemie, an der Universität Leipzig Dr. Ludwig Neder (bisher in Göttingen) für Mathematik.

Ernannt: Der Privatdozent an der Universität Berlin Dr. Hans Hamburger zum etatmäßigen a. o. Professor für reine Mathematik an derselben Universität, der Privatdozent an der Technischen Hochschule Stuttgart Dr. Karl Kommerell zum a. o. Professor der Mathematik an der Universität Tübingen.

Vom Lehramt zurück: Der ord. Professor für Meteorologie an der Universität Berlin Geh. Regierungsrat Dr. Gustav Hellmann.

Gestorben: Der a. o. Professor für Geophysik und Klimatologie an der Universität Rostock und Direktor der Luftwarte daselbst Dr. Gottfried Kümmell.

Angebote.

Jüngerer Physiker

mit abgeschlossener Hochschulbildung und Spezialkenntnissen auf dem Gebiete der elektrischen Schwingungen als Assistent gesucht.

Physikalisches Institut der Handels- und Gewerbehochschule Cöthen-Anhalt.

Gesuche.

Mathematiker,

Dr. phil., der vorher Techn. Hochschule (Ingenieurbauf.) absolviert hat, 2 Jahre Assistent für Mathematik und Mechanik an Techn. Hochschule war und verschiedene Arbeiten veröffentlicht hat, sucht geeignete Stelle an Hochschule oder in Industrie. Angebote unter **S. H. 604** an den Verlag der Physikalischen Zeitschrift (S. Hirzel) in Leipzig, Königstraße 2 erbeten.

Physiker,

Dr. phil. mit Staatsexamen, in ungekündigter Industriestellung, wünscht sich zu verändern. Angebote mit Gehaltsangabe unter **S. H. 605** an den Verlag der Physikalischen Zeitschrift (S. Hirzel) in Leipzig, Königstraße 2 erbeten.

Promovierter Physiker

mit volkswirtschaftl. Kenntnissen, des Engl. u. Franz. in Wort und Schrift mächtig (Ausl.) sucht Stellung in Industrie. Angebote unter **S. H. 606** an den Verlag der Physikalischen Zeitschrift (S. Hirzel) in Leipzig, Königstraße 2 erbeten.

Für die Schriftleitung verantwortlich Dr. Erich Hückel in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Max Kohl A.G. Chemnitz

Volleingezahltes Kapital Mk. 2400000.

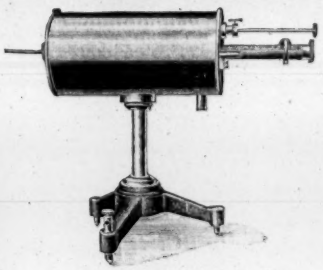
50471. Experimentier-Schalttafel Type A, 110 Volt, 30 Amp.

Physikalische Apparate

Funken-Induktoren
Ölluftpumpen
Experimentier-Schalttafeln
Projektions-Apparate
Laboratorienmöbel

In gediegener Ausführung.

Weltausstellung Brüssel 1910: 4 Grosse Preise; Turin 1911: 2 Grosse Preise; Dresden 1911: Grosser Preis.



Apparate für luftelektrische und radioaktive Untersuchungen.
Normalbatterie für elektrostatische Messungen.
Kondensatoren, Mikrowage.
Erdbebenregistrierapparate.

Spindler & Hoyer G.m.b.H.
Mechan. u. opt. Werkstätten
Göttingen 3.

S. HIRZEL IN LEIPZIG

Hugo Dingler
Prof. an der Univ. München

Relativitätstheorie u. Ökonomieprinzip.
(77 S.) kl. 8°. 1922.

In diesem Buch, hervorgegangen aus einem auf der Jenaer Tagung unter dem Titel: „Die Rolle der Konvention in der Physik" vor der Deutschen Physikalischen Gesellschaft gehaltenen Vortrag, gibt uns der Verfasser in einer Erweiterung des Themas eine Betrachtung der Möglichkeit von Einwänden, die gegen die Relativitätstheorie erhoben werden.

Kritische Bemerkungen zu den Grundlagen der Relativitätstheorie.
Vortrag, gehalten auf der 86. Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte. (29 S.) 8°. 1921.

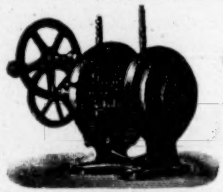
Der Nauheimer Vortrag versucht eine systematische Kritik der Relativitätstheorie auf Grund der klassischen Mechanik Newtons zu geben und kommt durch sehr abstrakte, mathematisch-philosophische Überlegungen zu dem Ergebnis, daß beide Theorien nichts gegeneinander ausrichten können und keine als empirisch bewiesen oder widerlegt werden kann, ehe wir nicht Klarheit über die Geltung und Auswahl der dabei benutzten Prinzipien erhalten haben.
(Naturwissenschaftliche Wochenschrift.)

Preise sind in jeder Buchhandlung oder beim Verlag zu erfragen.

Arthur Pfeiffer, Wetzlar

Gegründet 1890

Fabrik physikalischer, chemischer und technischer Apparate



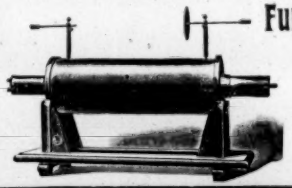
Rotier. Quecksilber-Hochvakuumpumpe System Pfeiffer. D. R. P.

Spezialfabrik für Hochvakuumpumpen

zu wissenschaftlichen und technischen Zwecken

Alle Arten Luftpumpen, Kolben-Ölluftpumpen, rotierende Ölluftpumpen, rotierende Quecksilberluftpumpen für Betrieb und Laboratorium

Rotierende Quecksilber-Hochvakuumpumpe System Gaede. D. R. P.



Funkeninduktoren bis 1000 mm Funkenlänge

Normaltypen von 6—1000 mm Funkenlänge mit Unterbrechern aller Art

Spezial-Funkeninduktoren für technische und wissenschaftliche Zwecke

Listen kostenlos von Abteilung E verlangen.

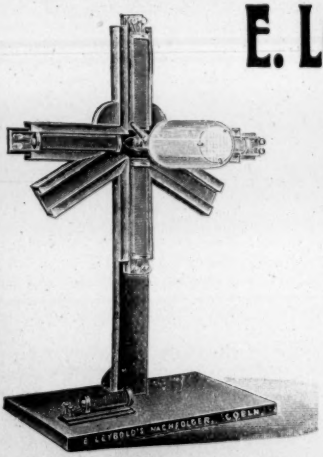
E. Leybold's Nachfolger

Cöln a/Rhein

Fabrik physikalischer Apparate

Zweigniederlassung:

Berlin NW 7, Dorotheenstraße 53



Universalstativ für Braun'sche Röhre nach Simon und Reich.

Projektionsapparate für Diaskopie und Episkopie

Hochvakuumpumpen nach Gaede

Katalog, enthaltend 16000 Nummern, wird Instituten auf Wunsch übersandt.

Für den Anzeigenteil verantwortlich S. Hirzel in Leipzig. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.